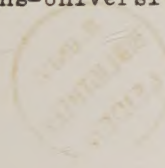


Experimentelle und theoretische Untersuchungen von
Pion Proton Wechselwirkungen bei 1 GeV

Inaugural - Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlichen Fakultät
der

Ludwig-Maximilians-Universität München



vorgelegt
von

Ivan Derado

Dezember 1960



Berichterstatter: Prof. Dr. W. Heisenberg

Tag der mündlichen Prüfung: 22. Februar, 1961

INHALTSVERZEICHNIS

Übersicht

I. Auswertungsmethode für Blasenkammeraufnahmen von Pion-Proton-Streuereignissen mit zwei Sekundärspuren

Geometrie eines Streuereignisses

Kinematik eines Streuereignisses

Analyse eines Streuereignisses

II. Experimentelle Ergebnisse

Durchmusterung

Bestimmung der Wirkungsquerschnitte

Impulsverteilungen und Winkelverteilung

III. Theoretische Vergleiche

Statistisches Modell mit Berücksichtigung der Isobaren

Sternheimer-Lindenbaum Modell

Effekte der Pion-Pion-Wechselwirkung

Zusammenfassung

Anhang I

Anhang II

Übersicht

Die vorliegende Arbeit ist das Ergebnis einer Untersuchung der Streuung negativer π^- -Mesonen an Protonen in einer Wasserstoff-Blasen-kammer.

Die Arbeit ist in drei Hauptteile unterteilt. Der erste Teil beschreibt ausführlich eine Methode zur Auswertung von Blasen-kammer-Aufnahmen. Die große Zahl der im Verlauf der Untersuchung gefundenen elastischen Pion-Proton-Streuungen ermöglichte es, die Sicherheit dieser Methode, insbesondere die Meßgenauigkeit, zu überprüfen, da ja bei elastischen Streuungen die Energien und Winkel zwischen den beteiligten Teilchen durch Energie- und Impulssatz miteinander korreliert und direkt meßbar sind. Diese bei elastischen Stößen besonders günstigen Bedingungen erlaubten es außerdem, die Möglichkeit und die Grenzen der Ionisations- bzw. Blasen-dichtemessung als Energiemaß zu prüfen. Neben diesen mehr meßtechnischen Ausführungen bringt der erste Teil der Arbeit noch eine spezielle Untersuchungsmethode zur Erzeugung von einem Pion bei Pion-Protonstößen von 1 GeV Primärenergie.

Im zweiten Teil werden die Ergebnisse der Messungen an Pion-Proton-Stößen bei 1 GeV diskutiert. Als experimentelle Resultate folgen die totalen und differenziellen Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen möglichen Reaktionen. Die inelastische Streuung ist bei dieser Energie von besonderem Interesse, da hier noch experimentell zwischen den vorkommenden Reaktions-Typen unterschieden werden kann. Bei der Beschreibung der Winkelverteilung von elastischen Streuungen wurden Partialwellen bis zu einem Drehimpuls $L = 2$ berücksichtigt.

Der dritte Teil der Arbeit befaßt sich mit den Möglichkeiten zur theoretischen Beschreibung der untersuchten Vorgänge. Es wurden dabei zwei Richtungen verfolgt: Erstens wurde anhand eines relativ umfangreichen und vor allem "sauberen" statistischen Materials versucht, die Realität und Gültigkeitsgrenzen von Fermis statistischen Modell zur Mesonenerzeugung festzustellen, da diese Theorie - richtig angewandt - bei Mehrteilchenproblemen noch lange Bedeutung haben wird.

Zweitens wurden, da der Prozess der Pion-Erzeugung in sich sehr kompliziert ist, einige Effekte gesondert untersucht und die dazu gehörenden experimentellen Nachweise geführt. Dabei wurde besonderes Augenmerk auf die Pion-Nukleonwechselwirkung im Spin-Isotopenspinzustand ($3/2, 3/2$) sowie auf eine Pion-Pion-Wechselwirkung gerichtet.

I. Auswertungsmethode für Blasenkammeraufnahmen von Pion-Proton-Streuereignissen mit zwei sekundären Spuren.

Es soll in diesem Teil der Arbeit eine Auswertungsmethode von Pion-Proton-Streuereignissen in stereoskopischen Blasenkammer-Aufnahmen beschrieben werden. Die benutzte zylinderförmige Wasserstoffblasenkammer (Alvarez-Gruppe) hatte als obere und untere Begrenzung zwei parallele Glasplatten, auf deren Innenseiten Orientierungsmarken aufgezeichnet waren; ihr innerer Durchmesser betrug ca. 25 cm, ihre Tiefe (Abstand der Glasplatten) = 16,5 cm. Die Blasenkammer wurde am Bevatron in Berkeley mit negativen Pionen von $(1,14 \pm 0,03) \text{ Ge}^V/\text{c}$ beschossen, wobei unter anderem die folgenden Streuprozesse möglich waren:

- $$\begin{aligned} (1) \quad \pi^- + p &\longrightarrow \pi^- + p + \pi^0 \text{ inelastische Streuung} \\ (2) \quad \pi^- + p &\longrightarrow \pi^- + n + \pi^+ \\ (3) \quad \pi^- + p &\longrightarrow \pi^- + p \text{ elastische Streuung} \end{aligned}$$

Die Blasenkammer war von einem nahezu homogenen Magnetfeld parallel zur Kammerachse g durchsetzt. Es konnte also in den Aufnahmen die Ladung und der Impuls der beobachteten Teilchen bestimmt werden. Die Aufnahmen wurden mit Hilfe einer Stereokamera mit den beiden Linsen L_1 und L_2 gewonnen, deren optische Linsenachsen a_1 und a_2 senkrecht auf der durchsichtigen Kammerbegrenzung standen, also parallel zur Kammerachse verliefen (siehe Fig. 1).

Die Lage eines Punktes in der Kammer soll in einem cartesischen Koordinatensystem beschrieben werden, dessen Ursprung der Durchstoßpunkt der optischen Achse a_1 auf der Innenseite der oberen, d.h. der Stereokamera zugewandten Glasplatte ist, dessen Z-Achse diese optische Achse a_1 ist und dessen x-Achse durch die 2. optische Achse a_2 geht (siehe Fig. 1).



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555220_0010

Reprojektion der Filme

Mit Hilfe eines zweilinsigen Projektors wurden die beiden entsprechenden Bilder einer Stereoaufnahme vom Film über einen Spiegel auf einen Meßtisch übereinanderreprojiziert, wobei durch eine optische Justierung der beiden Projektorlinsen P_1 und P_2 erreicht wurde, daß deren Achsen genau senkrecht zum Film und nach der Ablenkung durch den Spiegel auch senkrecht zum Meßtisch standen und daß alle Bereiche eines Bildes scharf und mit demselben Vergrößerungsverhältnis j von Film zu Reprojektion abgebildet wurden. Es ergab sich $j = 21,1$.

Durch kleine Verschiebungen der Projektorlinse P_2 konnte die eine der beiden Reprojektionen auf dem Meßtisch so verschoben werden, daß die beiden Abbildungen einer jeden Orientierungsmarke auf der oberen Kammerplatte ("obere Marken") und damit die Abbildungen eines jeden Punktes mit $z = 0$ zusammenfielen. Bei dieser immer benutzten Einstellung ist $\xi(0) = 0$, wobei $\xi(z)$ der Abstand der beiden Abbildungen eines Punktes in der Blaskammer, z.B. einer Blase oder einer Marke, ("korrespondente Punkte" in der Reprojektion) ist.

Der Vergrößerungsfaktor k von Blaskammer zu Reprojektion wurde aus dem bekannten Abstand zweier oberer Marken auf der Glasplatte und dem gemessenen Abstand dieser Marken in der Reprojektion bestimmt; es ergab sich $k = 2,035$. k wurde außerdem mit Hilfe der Formel (3):

$$z = n \left(f \frac{i\lambda}{k\lambda - f} - d - \frac{f}{n^*} \right)$$

aus dem Abstand $\xi(q)$ zweier korrespondenter Punkte einer "unteren" Marke in der Reprojektion und dem bekannten Abstand q der Glasplatten bei der Einstellung $\xi(0) = 0$ bestimmt; aus den beiden Gleichungen

$$0 = n \left(f \frac{i}{k} - d^* \right) \quad \text{mit} \quad d^* = d + \frac{f}{n^*}$$

$$q = n \left(f \frac{i\lambda}{k\lambda - \xi(q)} - d^* \right)$$

wurde außer k auch d^* bestimmt; der Wert von d^* stimmte mit dem aus d , f , n^* berechneten Wert überein (d ist der Abstand des Hauptpunktes der Kameralinsen L_1 und L_2 von der Außenseite der Glasplatte, f die Dicke der Glasplatte und n^* der Brechungsindex der Glasplatte).

Bestimmung der Koordinaten x, y, z einer Blase.

Die geometrische Analyse eines Streuereignisses (eine Primärspur, zwei Sekundärspuren) in der Blaskammer besteht in der Bestimmung der Winkel ω und φ der Tangente an eine Spur am Ort des Ereignisses, wobei ω der Winkel zwischen der x -Achse und der Projektion der Tangente in die x - y -Ebene ("projizierter Winkel") und φ der Winkel zwischen der Tangente und ihrer Projektion ("Neigungswinkel") ist. Diese Bestimmung kann in der Reprojektion graphisch (vergl. z.B. 1,2) oder aus den Koordinaten x, y, z mehrerer Blasen der Spur numerisch durchgeführt werden. In dieser Arbeit soll eine numerische Methode beschrieben werden, die mit den angewandten graphischen Methoden äquivalent ist. Die numerischen Berechnungen nach den unten aufgeführten Formeln wurden alle mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschine G2 des Max-Planck-Institutes für Astrophysik durchgeführt.

Zur Berechnung der Koordinaten einer Blase in der Blaskammer muß in die Reprojektion ein Koordinatensystem (X, Y) eingeführt werden. Dazu müssen in der Reprojektion die Punkte A_1 und A_2 bekannt sein, auf die die beiden optischen Achsen a_1 und a_2 abgebildet würden, wenn sie sichtbar wären (siehe Fig. 1). Bekannt ist aber zunächst nur der Abstand $\overline{A_1 A_2} = k\lambda$ (λ = Abstand der beiden optischen Achsen) und die Richtung von $\overline{A_1 A_2}$, die gegeben ist durch die Gerade durch zwei korrespondente Punkte einer unteren Marke bei der Einstellung $\zeta(0) = 0$. Auf der oberen Kammerplatte war jedoch genau in der Mitte, also am Durchstoßpunkt der Kammerachse, eine Marke ("mittlere Marke M") aufgezeichnet, und aus der Tatsache, daß die beiden Abbildungen der zylinderförmigen Blaskammerbegrenzung innerhalb der Meßgenauigkeit symmetrisch zueinander waren, folgte, daß die Stereokamera nahezu symmetrisch zur Kammerachse aufgestellt war, daß die mittlere Marke also den Abstand der optischen Achsen halbiert. Die Abbildung der mittleren Marke halbiert also die Strecke $\overline{A_1 A_2}$, und damit sind die Punkte A_1 und A_2 gefunden.

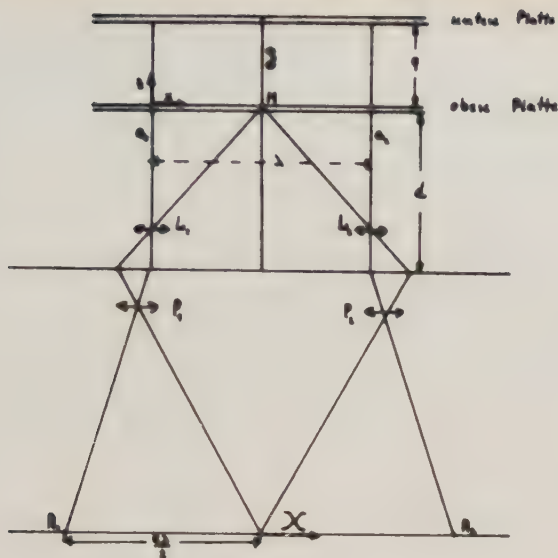


Fig. 1

Nimmt man als Ursprung des XY -Systems die Abbildung der mittleren Marke und als X -Achse die Gerade durch A_1 und A_2 , so gilt für die Koordinaten x, y, z einer Blase in der Kammer (siehe z.B. 1):

$$(1) \quad x = \frac{\lambda}{k\lambda - j} (X + \frac{k\lambda}{2})$$

$$(2) \quad y = \frac{\lambda}{k\lambda - j} Y$$

$$(3) \quad z = n \left(f \frac{\lambda}{k\lambda - j} - d^* \right)$$

wobei $\int$ der Abstand zweier korrespondenter Punkte und X, Y die Koordinaten des Punktes in der Abbildung durch die Linse L_1 sind. (In der Abbildung durch die Linse L_2 hat der Punkt bei dieser Wahl des X, Y -Systems also die Koordinaten $X + \int, Y$). (n ist der Brechungsindex des Wasserstoffs in der Blasen-kammer, f die Brennweite der Linsen der Stereokamera; k, λ, j, n^* siehe oben).

Es ergab sich, daß die Bestimmung von x, y, z ziemlich unempfindlich gegen eine kleine Parallelverschiebung des Koordinatensystems XY , aber empfindlich gegen eine kleine Drehung dieses Systems ist. Jedoch konnte gerade die Richtung der Koordinatenachsen sehr genau angegeben werden, sodaß die Berechnung von x, y, z genau war trotz der Tatsache, daß als Ursprung des XY -Systems, für das die obigen Formeln gelten, vielleicht nicht genau die mittlere Marke genommen werden durfte.

Geometrie eines Streuereignisses.

A.) Messung der Koordinaten eines Streuereignisses.

Vor jeder Messung wurden die korrespondenten Bilder der oberen Marken auf dem Meßtisch zur Deckung gebracht, die Richtung der X-Achse an einer parallel verschiebbaren Zeichenmaschine eingestellt und auf einem auf dem Meßtisch befestigten Papierbogen das Koordinatensystem XY aufgezeichnet. Es wurden dann vom Ereignisort und von zwei Blasen auf jeder der drei Spuren die korrespondenten Abbildungen, die fast immer leicht zu finden waren, als Punkte eingezeichnet und die Koordinaten XY, ξ dieser Punkte P gemessen (siehe Fig. 2):

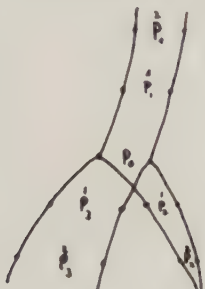


Fig. 2

X_0, Y_0, ξ_0 : Ort des Ereignisses,

$\hat{X}_i, \hat{Y}_i, \hat{\xi}_i$

$\hat{X}_i, \hat{Y}_i, \hat{\xi}_i$: 2 Blasen auf jeder Spur i, $i = 1$: Primärspur
 $i = 2$: negative Sekundärspur
 $i = 3$: positive Sekundärspur.

B.) Numerische Berechnungen.

Aus den Koordinaten X, Y, ξ der einzelnen Punkte in der Reproduktion wurden nach obigen Formeln die Koordinaten x, y, z dieser Punkte in der Blasenkammer und aus ihnen alle weiteren Größen berechnet, die das Streuereignis charakterisieren. Unser Bestreben war es, jede dieser Größen auf verschiedene Weisen zu erhalten, sodaß durch Vergleich die Richtigkeit der Messung, der Registrierung der Koordinaten, der Programmierung dieser Koordinaten für die Rechenmaschine und der Berechnungen nachgeprüft werden konnte.

1.) Berechnung des Neigungswinkels ϵ einer Spur.

Der Neigungswinkel einer Spur müßte aus den Koordinaten der Tangente an die Spur am Ereignisort berechnet werden. Jedoch kann bei vielen Spuren die Tangente an die Spur in der Reprojektion nicht ganz genau konstruiert werden; diese Konstruktion ist oft mit einer Unsicherheit von ca. 1 Grad in der Tangentenrichtung behaftet, was sich in der Berechnung des Neigungswinkels sehr stark bemerkbar macht, besonders bei Spuren, die ungefähr parallel zur x-Achse verlaufen.

Daher wurde nicht der Neigungswinkel ϵ_t der Tangente, sondern der Neigungswinkel ϵ_s einer Senne an die Spur berechnet. Diese Approximation ist sehr gut; es gilt nämlich

$$(4) \quad \epsilon_t = \arctan \frac{b}{R}$$

$$(5) \quad \epsilon_s = \arctan \left(\frac{b}{R \sin \psi/2} \right)$$

Dabei ist b die Ganghöhe der spiralförmigen Spur, R der Radius des Kreises, der die Projektion der Spur in die x-y-Ebene bildet ("Radius der Spur"), und ψ der Winkel, unter dem in der x-y-Ebene die Projektion der Sehne an die Spirale, also die Sehne an den Kreis, vom Kreismittelpunkt aus betrachtet, erscheint. Ist l die Länge dieser projizierten Senne so gilt

$$l = 2R \sin \psi/2$$

Hiernach ist bei festem l die Approximation $\tan \epsilon_s \approx \tan \epsilon_t$ umso schlechter, je kleiner der Radius R der Spur ist. Bei den beobachteten Streuereignissen kamen Radien, die kleiner als 15 cm waren, nicht vor; bei weitem die meisten Radien waren größer als 40 cm. Für den ungünstigsten, fast nie auftretenden Fall $R = 15$ cm liegt nach obiger Formel der Faktor $\frac{\sin \psi/2}{\psi/2}$, um den sich $\tan \epsilon_s$ von $\tan \epsilon_t$ unterscheidet, zwischen 1 und 0,98, ist also ≈ 1 , wenn man l nicht größer als $l_m = 10$ cm, also in der Reprojektion (Vergrößerung $k \approx 2$) nicht größer als 20 cm nimmt. Für größere Radien liegt die obere Grenze l_m entsprechend höher (z.B. ist für $R = 40$ cm $l_m = 27$ cm, also schon größer als der Blasenkammerdurchmesser). Die obere Grenze für die Sehnenlänge ist also so groß, daß die Punkte P auf einer Spur, die unter anderem zur Berechnung der Sehnenlänge und des Neigungswinkels dienen, genügend und in den allermeisten Fällen

beliebig weit vom Ereignisort entfernt gewählt werden können und sich dadurch die begrenzte Genauigkeit der Koordinatenmessung in der Bestimmung der geometrischen Größen nicht mehr bemerkbar macht.

Für jede Spur i wurden aus dem Punkt P_0 und den beiden Punkten $\hat{P}_1, \hat{P}_2$ die Neigungswinkel $\hat{\epsilon}_1$ und $\hat{\epsilon}_2$ der zugehörigen Sehnen berechnet nach den Formeln

$$(6) \quad \tan \hat{\epsilon}_1 = - \frac{\hat{y}_1 - y_0}{\hat{l}_1}$$

mit der projizierten Sehnenlänge $\hat{l}_1 = \sqrt{(\hat{x}_1 - x_0)^2 + (\hat{y}_1 - y_0)^2}$

$$(7) \quad \tan \hat{\epsilon}_2 = - \frac{\hat{y}_2 - y_0}{\hat{l}_2}$$

mit $\hat{l}_2 = \sqrt{(\hat{x}_2 - x_0)^2 + (\hat{y}_2 - y_0)^2}$

Als Neigungswinkel ϵ_i der Spur wurde der gewichtete Mittelwert

$$(8) \quad \epsilon_i = \frac{\hat{l}_1 \hat{\epsilon}_1 + \hat{l}_2 \hat{\epsilon}_2}{\hat{l}_1 + \hat{l}_2} \quad (\hat{l}_1 < \hat{l}_2)$$

und als "Fehler" die Größe

$$(9) \quad \Delta \epsilon_i = | \epsilon_i - \hat{\epsilon}_1 |$$

berechnet, die angibt, wie gut die beiden unabhängig bestimmten Werte $\hat{\epsilon}_1$ und $\hat{\epsilon}_2$ übereinstimmen, und damit eine Kontrolle für die Richtigkeit der Neigungswinkelbestimmung darstellt. Eine Verteilung der Größe $\Delta \epsilon$ wird unten unter "Meßgenauigkeit" gegeben. Bei der Primärspur wurde als weitere Kontrolle die Tatsache berücksichtigt, daß die π -Mesonen alle horizontal, d.h. senkrecht zur z-Richtung eingeschossen waren und daher $\epsilon_i \approx 0$ sein sollte.

Die Koordinaten X, Y, Z konnten bis auf ca. 0,2 mm genau in der Reprojektion gemessen werden. Damit sich diese Ungenauigkeit möglichst geringfügig auf die Neigungswinkel-Berechnung auswirkte, wurden die Punkte P_1 und P_2 möglichst weit von P_0 entfernt gewählt, so daß also $\hat{l}_1$ und $\hat{l}_2 = \hat{l}_0$ möglichst groß wurden (siehe unten).

2.) Berechnung des Radius $\bar{R}$ und des projizierten Winkels ω einer Spur.

Die Projektion einer Spur in die x-y-Ebene der Blaskammer bildet den Bogen eines Kreises. Für jede der drei Spuren wurde

der Radius R_i ($i = 1, 2, 3$) dieses Kreises, also der Krümmungsradius der Spur, aus den Koordinaten x, y des Ereignisortes und der beiden Punkte auf der Spur berechnet nach der Formel

$$(10) \quad \bar{R} = \sqrt{(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2} \quad \text{wobei}$$

$$(11) \quad a = \frac{1}{2} \frac{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)(x_2 - x_3) + (x_0 - x_1)(x_0 + x_1)(y_1 - y_2) + (x_2 - x_3)(x_2 + x_3)(y_2 - y_3)}{(x_0 - x_1)(y_1 - y_2) - (x_2 - x_3)(y_2 - y_3)}$$

$$(12) \quad b = \frac{1}{2} \frac{(x_0 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_3) + (x_0 - x_1)(y_2 + y_3)(x_2 - x_3) + (y_1 - y_2)(y_2 + y_3)(x_2 - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_2 - x_3) - (y_1 - y_2)(y_2 - y_3)}$$

ist. Da die Berechnung von $\bar{R}_1$ umso zuverlässiger ist, je größer der Abstand der drei Punkte voneinander ist, wurden die beiden Punkte auf der Spur nicht nur möglichst weit vom Ereignisort (siehe oben), sondern auch möglichst weit voneinander entfernt gewählt. Der Einfluß der Coulomb'schen Vielfachstreuung ist in Wasserstoff klein. Die mittlere Krümmung, die aus der Vielfachstreuung zu erwarten ist, kann man aus der Blackett-Formel ³⁾ ausrechnen. Für eine Spur der Länge L eines Teilchens mit dem Impuls p und der Geschwindigkeit v ($= \beta c$) in einem Medium mit Atomen der Ladung Z und N Kernen pro cm^3 , ist der Krümmungsradius gegeben durch:

$$\frac{1}{R} = \frac{Z N^{\frac{1}{2}} r_e m_e c^2}{L^{\frac{1}{2}} p \beta c} \sqrt{8} A$$

Für Wasserstoff ist $[Z(Z+1)]^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$ für Z zu setzen, weiterhin $r_e = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ und $m_e c^2 = 0,51 \text{ Mev}$. A ist gleich $(\frac{h}{2Q_{\text{max}}})^{\frac{1}{2}}$ mit $Q_{\text{max}} = \frac{m_e c^2}{2} \frac{Z^{\frac{1}{2}}}{\beta}$; Q_{max} ist der Maximalwinkel für solche Einzelstreuung, die nicht mehr als Einzelstreuung registrierbar ist.

Q_{max} ist schwer zu definieren, aber sein Wert ist nicht kritisch. Wir haben dafür hier 0,6 Grad angenommen. Nehmen wir als Beispiel ein Pion von 270 Mev, so folgt mit der Wasserstoffdichte von etwa $0,06 \text{ g cm}^{-3}$ $Q_{\text{max}} = 0,57 \cdot 10^{-3} \text{ Grad}$, $p \cdot \beta \cdot c = 360 \text{ Mev}$, $Q_{\text{max}} = 0,6 \text{ Grad}$, $L = 8,5 \text{ cm}$, ein Radius von $R = 36 \text{ Meter}$. Der Krümmungsradius in unserem Magnetfeld ist für diese Energie 1,15 Meter. Das bedeutet bei einer Spurlänge von 17 cm in der Reprojektion einen Fehler durch Coulombstreuung von 3 % und das ist geringer als unsere Meßgenauigkeit. Dieselbe Überlegung gilt auch für die Messung des Neigungswinkels. Die so berechneten Radien wurden

für die Sekundärspuren mit den gemessenen Radien verglichen (siehe oben); für die Primärspur mit dem festen Impuls $1,14 \frac{\text{GeV}}{c}$ war für den Radius der Wert $\sim 3,5 \text{ m}$ zu erwarten. Jedoch kann bei einer ziemlich geraden Spur mit großem Impuls eine sehr kleine Koordinatenänderung eine sehr große Änderung des Radius zur Folge haben, was geometrisch leicht zu sehen ist. Deshalb wichen für die geraden Primärspuren die berechneten Radien oft stark vom erwarteten Wert ab und waren deshalb nur eine ungefähre Kontrolle.

Der "projizierte Winkel" ω_i zwischen der Tangente an die Spur im Ereignisort und der x-Achse wurde für die drei Spuren berechnet nach der Formel

$$(13) \quad \omega = \arctan \left(- \frac{y_i - a}{x_i - b} \right)$$

(Mit Hilfe der gemessenen Koordinaten konnte die Rechenmaschine entscheiden, welche der beiden möglichen Lösungen dieser Gleichung zu nehmen war). Bei den geraden Spuren ist, wie man geometrisch leicht sieht, zwar a und b und damit $\bar{R}$ empfindlich gegen einen kleinen Fehler in der Koordinatenmessung, nicht aber $\frac{a}{b}$ (a, b sehr groß) und damit auch ω nicht.

Aus Untersuchungen an Spuren mit verschwindenden Neigungswinkel, bei denen man den projizierten Winkel sofort in der Reprojektion messen kann und durch mehrmalige graphische und numerische Bestimmung des projizierten Winkels ω derselben Spur ergab sich, daß ω auf ca. 1 Grad genau bestimmt werden kann und damit die Ungenauigkeit in der Bestimmung von ω kleiner ist als in der Bestimmung des Neigungswinkels. Diese große Genauigkeit folgt auch aus der Tatsache, daß ein Fehler in der Bestimmung des projizierten Radius keinen großen Einfluß auf die Richtung der Tangente hat.

Durch Differenzenbildung wurden aus ω_i und ω_j die projizierten Winkel ω_{ij} ($i = 2, 3$) zwischen den Sekundärspurtangenten und der Verlängerung der Primärspurtangente berechnet. Zur Kontrolle wurden diese Winkel stets mit den in der Reprojektion meßbaren Winkeln verglichen.

3.) Berechnung des räumlichen Streuwinkels

Aus den Winkeln θ_1, θ_2 und ω_i wurde für jede der beiden Sekundärspuren $i = 2, 3$ der räumliche Streuwinkel Θ berechnet nach der Formel

$$(14) \quad \Theta_i = \arccos(\cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \omega_i + \sin \theta_1 \sin \theta_2), \quad 0 \leq \Theta_i \leq \pi$$

4.) Koplanarität der drei Spuren.

Ein Maß für die Koplanarität der drei Spuren eines Ereignisses ist das Volumen, das von den drei Tangenteneinheitsvektoren aufgespannt wird. Dieses Volumen (Determinante D), das maximal den Wert 1 annehmen kann, wurde berechnet nach der Formel

$$(15) \quad D = -\cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \left[\tan \theta_1 \sin(\omega_2 - \omega_3) + \tan \theta_2 (\sin(\omega_3 - \omega_1)) \tan \theta_3 \sin(\omega_1 - \omega_2) \right]$$

Kinematik eines Streuereignisses.

A.) Messung der Radien.

Zur Berechnung des Impulses p_i der Sekundärspur i ($i = 2, 3$) wurden die beiden Radien r_i und r'_i der beiden Abbildungen der Spur in der Reprojektion gemessen (r_i in der Abbildung durch die Linse L_1 , r_i in der Abbildung durch die Linse L_2). Für diese Messung wurde ein dünnes rechteckiges Zelluloidblatt vom Format 26 x 38 cm benutzt, auf dem in gewissen Abständen viele Kreisbögen mit Radien von 4 cm bis 650 cm als dünne schwarze Linien aufphotographiert waren. Auf dem Meßtisch wurde durch Überlagerung mit der Spur derjenige Kreisbogen des Zelluloidblattes gesucht, der am besten mit der Spur zusammenfiel, und der Wert des zugehörigen Radius registriert. Die Auffindung des am besten passenden Radius erforderte einige Erfahrung und mußte sehr sorgfältig durchgeführt werden, da eine möglichst genaue Bestimmung des Impulses für die Analyse des Ereignisses und besonders für die Entscheidung zwischen den beiden möglichen Typen der inelastischen Streuung unerläßlich ist. In den meisten Fällen kamen jedoch mehrere benachbarte Kreisbögen als bestpassend in Frage; es wurde dann der mittlere von ihnen genommen und bei jeder Spur außer r_i und r'_i auch die Meßungenauigkeit Δr_i registriert, wobei Δr_i die Größe des Intervalls um r_i bzw. r'_i angibt, in dem der richtige Wert liegt. Δr_i ist natürlich

umso größer, je kürzer die Spur und je größer ihr Radius ist. Δr_i diente zur Berechnung des Fehlers im Impuls (siehe unten).

Für Proton-Spuren ist aus der Impuls-Reichweite-Kurve für Impulse kleiner als 300 $\frac{\text{MeV}}{c}$ (entsprechend einem Radius von ca. 1,8 m in der Reprojektion) eine merkbare Impuls- und damit Krümmungsänderung längs der Spur zu erwarten, wenn die Spur nicht zu kurz ist. Diese Krümmungsänderung wurde auch festgestellt und bei den betreffenden Spuren zur Radiusmessung nur das erste Stück der Spur verwandt, auf dem keine Krümmungsänderung zu bemerken war.

B. Auswahl der Ereignisse.

Bei vielen Ereignissen ist eine der Sekundärspuren in der Reprojektion sehr kurz, nämlich dann, wenn das Ereignis in der Nähe der zylinderförmigen Blaskammerwand stattfand und die Sekundärspur auf die Kammerwand zu verläuft oder wenn die Sekundärspur einen großen Neigungswinkel hat und daher die Kammer durch eine der beiden Glasplatten verläßt, so daß in der Reprojektion die Spur sehr kurz erscheint. Bei diesen kurzen Sekundärspuren kann der Radius nicht oder nur sehr unsicher (großes Δr) gemessen und der Impuls nicht bestimmt werden. Daher ist die kinematische Analyse und die Klassifikation eines solchen Streueignisses sehr fragwürdig und oft unmöglich.

Damit die physikalischen Ergebnisse unserer Messungen nicht durch diese schwer analysierbaren Ereignisse beeinträchtigt wurden, haben wir Ereignisse mit einer zu kurzen Sekundärspur für die Statistik nicht genommen. Dabei wurden die beiden folgenden Auswahlkriterien angewandt:

a) Ein Ereignis wurde nicht genommen, wenn der Ort des Ereignisses im linken Bild der Reprojektion außerhalb eines inneren Teilgebiets um die mittlere Marke lag, so daß bei den genommenen Ereignissen alle durch die seitliche Kammerwand austretenden Spuren eine bestimmte Mindestlänge besaßen. Dieses Teilgebiet des ganzen Bildes war durch eine Schablone definiert; sein Rand besaß von der Abbildung des Blaskammerandes einen Abstand von ca. 8 cm.

Die Eintrittsstelle des Expansionsrohres ("Expansionsstelle") in der Blaskammer war in den Bildern am Rande sichtbar, und Spuren, die in ihrer Nähe verliefen, waren durch die dort herrschende große Bewegung in der Kammerflüssigkeit bei der Expansion relativ stark gestört. In einigen Fällen nämlich hatte eine Spur dort eine große Breite und Verschmierung, so daß der Radius nicht gemessen werden konnte, und bei einem sicher elastischen Ereignis wich der gemessene Impulswert einer in Expansionsnähe verlaufenden Sekundärspur ganz erheblich ($\approx 35\%$) vom Wert ab, der aus dem Streuwinkel zu erwarten war, obwohl die Spur sehr lang und ihr Radius daher genau zu messen war.

Aus diesem Grunde wurde das durch die Schablone festgelegte innere Gebiet so gewählt, daß auch die in der Nähe der Expansionsstelle stattfindenden Ereignisse nicht genommen wurden.

b) Ein Ereignis, bei dem eine der beiden Sekundärspuren die Kammer durch die obere oder untere Glasplatte verläßt, wurde dann nicht genommen, wenn die Länge l der in die x-y-Ebene projizierten Sehne (siehe oben) zwischen Ereignisort und Austrittsstelle kleiner als $l_0 = 4,9$ cm, also in der Reproduktion kleiner als 10 cm war. Dies bedeutet, daß nur Ereignisse genommen wurden, bei denen beide Sekundärspuren eine für eine genaue Radiusmessung hinreichende Länge hatten. Die Länge der projizierten Sehne in der Reproduktion wurde bei den Ereignissen, bei denen die Entscheidung über die Auswahl nicht sofort offensichtlich war, durch eine schnelle graphische Konstruktion bestimmt.

Wäre die Auswahl nicht nach der vom Radius abhängigen Länge l_s der projizierten Sehne zwischen Ereignisort und Austrittsstelle, sondern nach der vom Radius unabhängigen Länge l_t des projizierten Tangentenabschnitts zwischen Ereignisort und Austrittsstelle getroffen worden, so hätte sich in der Auswahl dasselbe ergeben; denn zwischen l_s und l_t besteht die Beziehung

$$(16) \quad 1 - \frac{l_s^2}{2R^2} = \cos \frac{l_t}{R} = 1 - \frac{l_t^2}{2R^2} + \frac{1}{4!} \frac{l_t^4}{R^4} \dots$$

Da in der Nähe der kritischen Länge $l_t \approx 5$ cm und $R \gg 25$ cm ist, kann die Entwicklung nach dem zweiten Glied abgebrochen werden, und es gilt

$$(17) \quad l_s = l_t$$

so daß in unserem Falle die beiden Auswahlkriterien äquivalent sind. Die unter a) aufgeführte Auswahl von Ereignissen hat keinen systematischen Fehler in den Ergebnissen zur Folge, da nicht die Spurlänge, sondern der Ereignisort über die Auswahl entscheidet. Dagegen werden durch das Kriterium b) bestimmte Typen von Ereignissen bevorzugt ausgewählt, und deshalb ist an jedem genommenen Ereignis ein Korrekturfaktor anzubringen, damit ein systematischer Fehler vermieden wird. Die Bestimmung des Korrekturfaktors wird unten beschrieben.

C.) Numerische Berechnungen

1) Berechnung des Radius R in der Blaskammer.

Der Krümmungsradius R_1 der in die x-y-Ebene der Blaskammer projizierten Sekundärspur 1 wurde aus den gemessenen Radien r_1 und r_1' berechnet nach der Näherungsformel

$$(18) \quad R_1 = \frac{k\lambda - \frac{1}{2}l_1}{2\lambda} \Delta_1 \left(\frac{r_1}{\delta_1} + \frac{r_1'}{\delta_1'} \right)$$

Dabei ist Δ_1 die Länge der projizierten Sehne zwischen Ereignisort und dem zweiten Punkt auf der Spur, also

$$(19) \quad \Delta_1^2 = l_1^2 = (\dot{x}_1 - x_0)^2 + (\dot{y}_1 - y_0)^2$$

und δ_1 bzw. δ_1' die Länge dieser Sehne in den beiden Abbildungen der Reprojektion (δ_1 in der Abbildung durch die Linse L_1 , δ_1' in der Abbildung durch die Linse L_2), also

$$(20) \quad \delta_1^2 = (\dot{X}_1 - X_0)^2 + (\dot{Y}_1 - Y_0)^2$$

$$(21) \quad \delta_1'^2 = (\dot{X}_1 + \dot{X}_0 - X_0 - X_1)^2 + (\dot{Y}_1 - Y_0)^2$$

Die Herleitung der obigen Formel für R_1 soll kurz angedeutet werden:

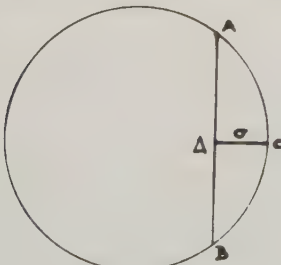


Fig. 3

Für den Radius R des Kreises, der die Projektion der Spur in die x-y-Ebene darstellt, gilt für

$$(22) \quad R = \frac{\Delta^2}{8\sigma}$$

wobei Δ die Sehne zwischen den beiden Punkten A und B, σ die zugehörige sagitta ist

(siehe Fig. 3). Die Punkte A, B, C sind die Projektionen der Punkte A', B', C' auf der spiralförmigen Spur in der Blaskammer und σ die Projektion der Strecke σ' zwischen C' und dem Mittelpunkt der Strecke $\overline{A'B'}$. Die Strecke σ' liegt in einer Ebene parallel zur x-y-Ebene, hat also keine z-Komponente, also $\sigma = \sigma'$. Deshalb ist nach den Formeln für die Koordinaten σ gegeben durch

$$(23) \quad \sigma = \sigma' \frac{\lambda}{k\lambda - f_z}$$

Dabei ist σ' in der Reprojektion die sagitta der nahezu kreisförmigen Spur zur Sehne, die durch die Bilder von A' und B' gegeben ist. Da σ' keine z-Komponente hat, ist σ' in beiden Abbildungen der Reprojektion gleich, es gilt also mit den oben eingeführten Bezeichnungen

$$(24) \quad r = \frac{f_z^2}{8\sigma'} \quad \text{und} \quad r' = \frac{f_z'^2}{8\sigma'}$$

Durch Einsetzen erhält man also:

$$(25) \quad R = \frac{k\lambda - f_z}{2\lambda} \Delta^2 \frac{r}{f_z^2} \quad \text{und} \quad R = \frac{k\lambda - f_z}{2\lambda} \Delta^2 \frac{r'}{f_z'^2}$$

Bildet man aus den beiden nach diesen Formeln berechneten Werten den Mittelwert und nimmt für f_z den f_z -Wert des Punktes P, der zwischen P_0 und P liegt, so gilt für R:

$$(18) \quad R = \frac{k\lambda - f_z}{2\lambda} \Delta^2 \left(\frac{r}{f_z^2} + \frac{r'}{f_z'^2} \right)$$

Zur Kontrolle wurde stets für jede der beiden Sekundärspuren der nach dieser Formel berechnete Wert R_1 mit dem aus dem Koordinaten berechneten Wert R_1 (siehe Oben) verglichen und dazu die relative Abweichung $\frac{R_1 - R_1}{R_1}$ bestimmt.

2) Berechnung des Impulses p und des Impulsfehlers Δp der beiden Sekundärspuren.

Für die Komponente des Impulses p_1 in der x-y-Ebene gilt

$$(26) \quad p_1 \cos \epsilon = K \cdot R_1 \cdot H$$

Dabei hat die Konstante K für einfach geladene Teilchen den Wert $K = 30 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$. Das in z-Richtung zeigende Magnetfeld H war in der ganzen Blaskammer nahezu homogen, die von der Berkeley-Gruppe durchgeführte Ausmessung ergab eine nur schwache Abhängigkeit von der Tiefe z in der Kammer und dem Abstand von der Kammerachse. Diese schwache Inhomogenität wurde in der Berechnung von p_1 berücksichtigt, indem $H(z, \vartheta)$ durch die folgende Formel approximiert wurde, die äquivalent ist mit dem Anfang einer Taylor-Reihe für $H(z, \vartheta)$.

$$(27) \quad H(z, \vartheta) = H(z_0) \left\{ 1 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 \right\}; \quad \left(\frac{\partial H}{\partial \vartheta} \right)_{\vartheta=0} = 0$$

Die Koeffizienten c_1, c_2, c_3 wurden aus den für $H(z, \vartheta)$ an verschiedenen Stellen gemessenen Werten durch Einsetzen in diese Formel bestimmt zu

$$\begin{aligned} c_1 &= 0,00777 \text{ cm}^{-1}, \\ c_2 &= 0,000327 \text{ cm}^{-2}, \\ c_3 &= 0,00018 \text{ cm}^{-2}, \\ H(0,0) &= 10,310 \text{ Kilogauss.} \end{aligned}$$

In die obige Formel für den Impuls wurde für $H(z, \vartheta)$ der Wert an der Stelle des ersten Punktes auf der Spur eingesetzt, also

$$\begin{aligned} z &= z_1 \\ \vartheta^2 &= \left(x_1 - \frac{1}{2} \right)^2 + y_1^2 \end{aligned}$$

und die Impulse p_1 der beiden Sekundärspuren berechnet.

Der Impuls p ist proportional zum Radius R in der Kammer und daher proportional zum gemessenen Radius r bzw. r' in der Reprojektion. Die Ungenauigkeit Δr in der Radiusmessung (siehe oben) hat daher eine Ungenauigkeit $\frac{p}{r} \Delta r$ ($r \approx r'$) im Impuls zur Folge. Hierzu wurde noch ein Fehler αp ($\alpha < 1$) addiert, in dem außerdem die Verzerrung der Spur infolge der Turbulenz der Blaskammerflüssigkeit bei der Expansion und auch Fehler der optischen Abbildung und die Vielfachstreuung des Teilchen berücksichtigt werden sollten. Damit gilt also für den Fehler Δp im Impuls

$$(28) \quad \Delta p = p \left(\frac{\Delta r}{r} + \alpha \right)$$

Der prozentuale Fehler $\bar{\alpha}$ wurde nicht für jede Spur berechnet, sondern als Mittelwert über alle Stellen in der Kammer für die beiden Impulsbereiche $p < 600 \frac{\text{MeV}}{c}$ und $1100 > p > 600 \frac{\text{MeV}}{c}$ aus einer hinreichend großen Statistik von elastischen Streueignissen folgendermaßen bestimmt:

Bei einem elastischen Ereignis kann aus den nahezu genau meßbaren Streuwinkeln Θ angegeben werden, welcher Wert für den Impuls jeder Sekundärspur theoretisch zu erwarten ist. Ist Δ die Abweichung dieses theoretischen Wertes vom experimentellen Wert p , so läßt sich nach der Formel

$$\Delta = p \left(\frac{\Delta r}{r} + \alpha \right)$$

für jede Spur ein Wert α berechnen. (Für eine Spur, für die die relative Abweichung $\frac{\Delta}{p}$ kleiner ist als $\frac{\Delta r}{r}$, also durch die Ungenauigkeit in der Radiusmessung allein erklärt werden kann, ist $\alpha = 0$ zu setzen). Das in die Formel (28) einzusetzende $\bar{\alpha}$ wurde dann aus der Häufigkeitsverteilung dieser α -Werte so bestimmt, daß 90 % aller α -Werte kleiner als $\bar{\alpha}$ und 10 % größer als $\bar{\alpha}$ waren. Es ergab sich für die kleineren Impulse $p < 600 \text{ MeV}/c$ $\bar{\alpha} = 0,13$ und für die Impulse $1100 > p > 600 \text{ MeV}/c$ $\bar{\alpha} = 0,07$. Damit lag in 90 % aller Fälle der theoretische Impulswert innerhalb des zum Meßwert p gehörigen Δp -Intervalls. In den übrigen 10 % lag der theoretische Wert nur wenig außerhalb des Intervalls. Die Spuren, die unter diese 10 % fielen, waren gleichmäßig über das ganze durch die Auswahlsschablone definierte Gebiet der Reprojektion verteilt; daraus folgt, daß in diesem Gebiet $\bar{\alpha}$ nicht vom Ort abhängt. Die beiden obigen Werte für $\bar{\alpha}$ wurden zur Berechnung des Impulsfehlers Δp_i der Sekundärspuren aller Ereignisse benutzt; denn $\bar{\alpha}$ darf einerseits nicht viel kleiner genommen werden, da dann in zu vielen Fällen der theoretische Impuls außerhalb des Intervalls um den zugehörigen Meßwert liegt, und darf andererseits nicht viel größer genommen werden, da dann Δp zu groß wird und seinen Zweck bei der Analyse der inelastischen Streuungen nicht mehr erfüllen kann.

Wenn eine Spur in der Kammer endete, handelte es sich fast immer um eine Protonspur aus einer elastischen Streuung mit einem Protonstreuwinkel von $\sim 90^\circ$, bei der das Proton sehr geringe Energie erhält. Es wurde dann die Reichweite der Spur

gemessen, die wegen der Kürze fast immer gleich der Sehnenslänge zwischen Ereignisort und Endpunkt in der Kammer ist. Aus der Reichweite wurde an der Impuls-Reichweite-Kurve für Protonen der Impuls abgelesen (die Impulsbestimmung aus der Reichweite ist viel genauer als die Bestimmung aus dem Radius) und nachgeprüft, ob er mit dem zugehörigen Winkel zu erwartenden Wert übereinstimmte. Es wurde dann noch nachgeprüft, ob das Teilchen, wäre es nicht zur Ruhe gekommen, nicht durch eine der beiden Glasplatten ausgetreten wäre, ohne die zur Auswahl nach obigem Kriterium b) nötige Strecke in der Kammer zurückgelegt zu haben.

3) Berechnung des Streuwinkels und des Impulses des neutralen Teilchens. Bei einem inelastischen Streueignis können vom neutralen Teilchen der Impuls p_0 und die Winkel ω und ξ , aus denen der räumliche Streuwinkel Q folgt, aus den Impulsen und Winkeln der drei sichtbaren Teilchen nach dem Impulssatz berechnet werden:

$$\begin{aligned} p_0 \sin \omega &= - (p_1 \sin \xi_1 + p_2 \sin \xi_2 + p_3 \sin \xi_3) \\ (29) \quad p_0 \cos \omega \sin \omega &= - (p_1 \cos \xi_1 \sin \omega_1 + p_2 \cos \xi_2 \sin \omega_2 + p_3 \cos \xi_3 \sin \omega_3) \\ p_0 \cos \omega \cos \omega &= - (p_1 \cos \xi_1 \cos \omega_1 + p_2 \cos \xi_2 \cos \omega_2 + p_3 \cos \xi_3 \cos \omega_3) \end{aligned}$$

Mit diesen Formeln wurde mit $p_1 = 1,14$ GeV/c bei jedem, also auch bei jedem elastischen Ereignis, p_0 und Q berechnet; bei einem elastischen Ereignis ist für p_0 der Wert 0 zu erwarten.

Bei der Berechnung des Fehlers Δp_0 und ΔQ wurde die berechnete Annahme gemacht, daß die Ungenauigkeit in der Winkelmessung und die Unschärfe des Primärimpulses p_1 ⁺⁾ klein sind gegen die Fehler Δp_i in den beiden Sekundärimpulsen. Der Einfluß der Unschärfe im Primärimpuls auf die im folgenden eingeführten Fehlerintervalle wird außerdem durch die Δp_i berücksichtigt, in denen ja nach Formel (28) α enthalten ist, welches aus elastischen Ereignissen mit derselben Unschärfe im Primärimpuls berechnet wurde.

+) Es wurde durch Messung nachgeprüft, ob der Radius der Primärspur nahezu mit dem für $p_1 = 1,14$ GeV/c zu erwartenden Wert übereinstimmte. In einigen Fällen wurde eine größere Abweichung festgestellt, die auf eine Verunreinigung des Primärstrahls zurückzuführen ist. Diese Ereignisse wurden nicht in unsere Statistik aufgenommen.

Deshalb wurden p_1 und die Winkel festgehalten und nur die beiden Sekundärimpulse p_1 durch die Grenzen ihrer Fehlerintervalle ersetzt, also außer dem Paar (p_0, θ_0) noch die vier Paare $(\dot{p}_0, \dot{\theta}_0)$ ($j = 1 \dots 4$) nach obigen Formeln berechnet mit den folgenden Ersetzungen:

$$j = 1 : p_2 \rightarrow p_2 + \Delta p_2, \quad p_3 \rightarrow p_3 + \Delta p_3$$

$$j = 2 : p_2 \rightarrow p_2 + \Delta p_2, \quad p_3 \rightarrow p_3 - \Delta p_3$$

$$j = 3 : p_2 \rightarrow p_2 - \Delta p_2, \quad p_3 \rightarrow p_3 + \Delta p_3$$

$$j = 4 : p_2 \rightarrow p_2 - \Delta p_2, \quad p_3 \rightarrow p_3 - \Delta p_3$$

Die p_0 bzw. $\dot{\theta}_0$ geben also die Grenzen des Intervalls um die Meßwerte p_0 bzw. θ_0 an, innerhalb dessen der richtige Wert für den Impuls bzw. Winkel des neutralen Teilchens liegt. Dasselbe gilt für die unten eingeführten Intervallgrenzen $\dot{p}_+$ und $\dot{p}_-$. Diese Intervallgrenzen $\dot{p}_0, \dot{p}_+$ und $\dot{p}_-$ dienen zur Entscheidung zwischen Reaktion (1) und (2) (siehe unten).

Der Impuls des neutralen Teilchens kann auch mit Hilfe des Energiesatzes aus der Gesamtenergie $E_g = m_p + \sqrt{m_1^2 + p_1^2} = (2088 \pm 20) \text{ MeV}$ und den beiden Sekundärimpulsen berechnet werden. Ist das positive Teilchen ein Proton, das neutrale Teilchen also ein π^0 (Reaktion (1)), so gilt für seinen Impuls p_+

$$(30) \quad p_+ = \sqrt{E_+^2 - m_+^2}$$

$$\text{mit } E_+ = E_g - \sqrt{m_1^2 + p_1^2} - \sqrt{m_2^2 + p_2^2}$$

Ist das positive Teilchen ein π^+ , das neutrale Teilchen also ein Neutron (Reaktion (2)), so gilt für seinen Impuls p_-

$$(31) \quad p_- = \sqrt{E_-^2 - m_-^2}$$

$$\text{mit } E_- = E_g - \sqrt{m_1^2 + p_1^2} - \sqrt{m_2^2 + p_2^2}$$

Indem man nachprüft, welcher der beiden Werte p_+ und p_- mit p_0 übereinstimmt, kann man bei einem inelastischen Ereignis zwischen den Reaktionen (1) und (2) entscheiden.

Bei jedem Ereignis wurden die beiden Größen p_T und p_H nach obigen Formeln berechnet (bei elastischen Ereignissen ist der Wert 0 zu erwarten). Außerdem wurden die Grenzen $\hat{p}_T$ und $\hat{p}_H$ ($j = 1 \dots 4$) der Fehlerintervalle um p_T und p_H mit den obigen Ersetzungen für p_2 und p_3 berechnet.

Analyse eines Streuereignisses.

A.) Entscheidung zwischen elastisch und inelastisch.

Die Entscheidung, ob ein Ereignis elastisch oder inelastisch war, wurde durch die folgenden notwendigen, aber nicht hinreichenden Kriterien getroffen:

- 1) Bei einem elastischen Ereignis ist bei gegebenem Primärimpuls der eine Streuwinkel eine eindeutige Funktion des anderen, $\theta_2 = \theta_2(\theta_3)$. Es muß also bei einem elastischen Ereignis das experimentelle Wertepaar (θ_2, θ_3) auf der theoretischen Kurve liegen.
- 2) Bei einem elastischen Ereignis ist der Impuls p_1 jeder Sekundärspur eine Funktion $p_1(\theta_1)$ des Streuwinkels θ_1 . Dieser theoretische Impulswert sollte also mit dem gemessenen Wert p_1 nahezu übereinstimmen, also innerhalb des Fehlerintervalls $p_1 \pm \Delta p_1$ oder wenigstens wenig von der Grenze entfernt liegen.
- 3) Bei einem elastischen Ereignis sollte der "neutrale Impuls" $p_0 = 0$ oder wenigstens sehr klein sein. Außerdem wird sich der "neutrale Winkel" θ_0 wegen der Kleinheit von p_0 stark ändern, wenn man die Impulse p_2 und p_3 ein wenig ändert. Die fünf berechneten Werte θ_0, θ_0 sollten also im allgemeinen große Schwankungen untereinander aufweisen.
- 4) Bei einem elastischen Ereignis sind die drei Spuren koplanar. Die experimentell bestimmte Determinante D sollte also nur wenig vom Werte 0 abweichen.
- 5) Aus demselben Grund sollte bei einem elastischen Ereignis für den Winkel φ , der unten unter "Berechnung des Korrekturfaktors" eingeführt wird, der Wert 180° zu erwarten sein.

Diese fünf Kriterien sind nicht gleich gut. Z.B. kann bei einem elastischen Ereignis mit einer endenden und daher sehr kurzen Spur die Determinante infolge der Ungenauigkeit in der Messung des Neigungswinkels um einen größeren Betrag von Null abweichen, sodaß für diese Fälle der Wert der Determinante kein gutes Kriterium ist. Oder es kann bei einem elastischen Ereignis eine Sekundärspur trotz der obigen Auswahlkriterien

noch ziemlich kurz sein, sodaß der Impuls nur ungenau gemessen werden kann und daher das Impulskriterium schlecht ist. Schließlich kann der Winkel φ vom erwarteten Wert 180° abweichen, wenn ein θ_1 klein und der zugehörige Neigungswinkel nur ein wenig falsch gemessen ist, was man geometrisch leicht versteht. Da aber zur Auswahl der elastischen Ereignisse 5 Bedingungen zur Verfügung stehen, konnte die Entscheidung zwischen elastisch und inelastisch mit großer Sicherheit getroffen und in den Fällen, in denen eines der Kriterien nicht erfüllt war, stets eine befriedigende Erklärung dafür angegeben werden.

Ein Ereignis ist sicherlich inelastisch, wenn eine der folgenden hinreichenden, aber nicht notwendigen Bedingungen erfüllt ist:

- 1) Die beiden Sekundärspuren liegen, wie aus der Reprojektion zu ersehen ist, eindeutig auf der selben Seite der Primärspur, d.h. ω_1 und ω_{13} sind beide positiv oder beide negativ ($\omega_i \leq 180^\circ$).
- 2) Die positive Spur geht nach rückwärts, d.h. $\theta_3 > 90^\circ$. Es ist nach den Erhaltungssätzen unmöglich, daß ein Proton nach rückwärts gestreut wird; daher ist das positive Teilchen ein π^+ gewesen und die Streuung ist inelastisch (Reaktion (2)).

B) Entscheidung zwischen π^0 - und π^+ - Erzeugung bei einem inelastischen Ereignis.

Eine Entscheidung zwischen den Reaktionen (1) und (2) ist sofort möglich in den beiden folgenden Sonderfällen:

- 1) Wenn bei einem inelastischen Ereignis das positive Teilchen einen Streuwinkel $\vartheta > \vartheta_{\max}$ hat, wobei bei unserem Primärimpuls $p_1 = (1,14 \pm 0,03) \frac{\text{GeV}}{c}$ $\vartheta_{\max} = (71,5 \pm 0,08)^\circ$ ist (siehe ⁴), so ist es ein π^0 ; es liegt also die Reaktion (2) vor.
- 2) Ein Proton eines bestimmten Impulses besitzt eine wesentlich kürzere Reichweite als ein π desselben Impulses. Ist also die Länge der positiven Spur in der Kammer größer als die zum gemessenen Impuls gehörige Protonreichweite, so handelt es sich um ein π^+ . Andererseits kann bei einer endenden positiven Spur aus Impuls und Reichweite angegeben werden, ob es sich um ein Proton oder ein π^+ handelt. Dieses Kriterium

erlaubt bei Impulsen kleiner als $250 \frac{\text{MeV}}{c}$ eine sichere Entscheidung. Abgesehen von diesen beiden Sonderfällen, die nur selten auftreten, ist bei der in unseren Untersuchungen vorliegenden Primärenergie eine Entscheidung zwischen den Reaktionen (1) und (2) wegen der nicht genauen Meßbarkeit der Impulse und des Mangels an Kriterien oft ziemlich schwierig.

Da p_0 fast niemals mit einem der beiden Werte p_{π} und p_N genau zusammenfällt und außerdem aus den Differenzen $p_{\pi} - p_0$ und $p_N - p_0$ keine eindeutigen Schlüsse gezogen werden können - eine Änderung von p_2 und p_3 ändert p_{π} und p_N verschieden stark - kann die Entscheidung nicht mit p_0 und p_{π} , p_N alleine, sondern nur mit Hilfe der Fehlerintervalle um diese Größen getroffen werden. Diese Entscheidung wurde folgendermaßen durchgeführt:

Die mit $p_1 \pm \Delta p_1$ ($i = 2, 3$) berechneten p_{π} und p_N ($j = 1 \dots 4$) legen auf der Impulsskala zwei Intervalle I_{π} und I_N um die Werte p_{π} und p_N fest, die sich überlappen oder nicht überlappen können. (Unter "Überlappung" soll hier auch der Fall verstanden werden, daß das eine Intervall ganz innerhalb des anderen liegt). Wenn das Intervall I_0 um p_0 , dessen Grenzen durch die aus den verschiedenen Werten von $p_1 \pm \Delta p_1$ berechneten neutralen Impulse gegeben sind, sich mit einem der beiden Intervalle I_{π} und I_N überlappt und mit dem anderen nicht, so ist damit die Entscheidung getroffen, wenn man noch folgendes berücksichtigt:

Bei einem inelastischen Ereignis möge sich ohne Beschränkung der Allgemeinheit das Intervall I_0 mit dem Intervall I_{π} und nicht mit I_N überlappen und es sei $p_0 - p_{\pi} > 0$. Damit aus der Überlappung die Erzeugung eines π^0 wirklich gefolgert werden kann, muß es im allgemeinen unter den zusammengehörenden Wertepaare (p_0, p_{π}) zu demselben j mindestens ein Paar geben, für das $p_0 - p_{\pi} < 0$ ist; denn innerhalb des Überlappingsgebiets muß es ja eine Stelle geben, an der der neutrale Impuls aus dem Impulssatz und der π^0 -Impuls aus dem Energiesatz gleich sind, sodaß sich an dieser Stelle das Vorzeichen der Differenz dieser beiden Impulse ändert, wenn man voraussetzt, daß diese Differenz im Fehlerintervall um p_2 und p_3 monoton von p_2 und p_3 abhängt, was bei hinreichend kleinen Fehlerintervallen sicherlich immer und bei größeren Fehlerintervallen fast immer zutrifft.

Beispiel



Es tritt für kein j ein Vorzeichenwechsel auf.



Es tritt für $j = 2$ ein Vorzeichenwechsel auf

Dieses letzte Kriterium gestattete sehr oft eine Entscheidung auch in solchen Fällen in denen das Intervall I_0 sich mit beiden Intervallen I_+ und I_- überlappte, nämlich dann, wenn in dem einen Überlappingsgebiet für mindestens ein j und in dem anderen Überlappingsgebiet für kein j ein Vorzeichenwechsel der Differenz zwischen neutralem Impuls aus dem Impulssatz und dem Impuls aus dem Energiesatz stattfand.

Falls bei einem inelastischen Ereignis das Intervall I_0 sich mit keinem der beiden Gebiete I_+ und I_- überlappte, wurde das Ereignis noch einmal gemessen. Wenn diese wiederholte Messung dasselbe Ergebnis lieferte, wurde das Ereignis als Streuung mit mehrfacher π -Mesonen-Erzeugung registriert.

Eine Entscheidung zwischen der Reaktion (1) und (2) nach der oben beschriebenen kinematischen Methode ist dann nicht zu treffen, wenn das obige Kriterium für die Impulsdifferenz in beiden Intervallen I_+ und I_- erfüllt ist. Dies ist meistens der Fall, wenn die Impulse p_2 und p_3 gerade so groß sind, daß p_+ und p_- gleich oder ungefähr gleich sind, d.h. wenn für p_2 und p_3 die Beziehung gilt, die aus $p_+ = p_-$ aus den obigen Formeln folgt:

$$(32) \quad p_3 \cdot \left[\left(E_3 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{\sqrt{E_3^2 - m_1^2} - \sqrt{E_3^2 - m_2^2}} \right)^2 - m_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

In unserem Falle ($E_g = 2088 \text{ MeV}$) ist nach dieser Formel $p_3 = 740 \frac{\text{MeV}}{c}$ für $p_2 = 0$ und $p_2 = 1000 \frac{\text{MeV}}{c}$ für $p_3 = 0$, sodaß kinematisch nicht entscheidbare Fälle nur unter denjenigen inelastischen Streuungen auftreten können, bei denen der Impuls des positiven Teilchens kleiner als ca. $750 \frac{\text{MeV}}{c}$ und der Impuls des negativen Teilchens kleiner als ca. $1000 \frac{\text{MeV}}{c}$ ist.

Um auch in den unentscheidbaren Fällen, die ungefähr 25 % aller inelastischen Ereignisse ausmachten, entscheiden zu können, ob das positive Teilchen ein π^+ oder ein Proton war, haben wir an elastischen Ereignissen mit bekannten Sekundärimpulsen die Abhängigkeit der Blasendichte σ vom Impuls für Pionspuren und Protonspuren in unseren Filmen untersucht. Bei dieser Untersuchung ergab sich, daß in allen Impulsbereichen die an den einzelnen Spuren gemessenen Blasendichten um höchstens ± 3 Blasen pro cm um den aus diesen Einzelmessungen bestimmten Mittelwert $\bar{\sigma} = 22 \text{ cm}^{-1}$ schwankten, sowohl bei Pion- als auch bei Protonspuren. Es wurde also keine Impulsabhängigkeit festgestellt. Auch ergab sich keine Abhängigkeit der Blasendichte von der Stelle der Spur in der Blaskammer. Diese Impulsunabhängigkeit ist wohl dadurch zu erklären, daß in unseren Filmen die Blasen relativ große Radien hatten und selbst bei Impulsen, für die theoretisch Minimum-Ionisation zu erwarten war, so dicht lagen, daß sie zum größten Teil aneinandergrenzten und daher eine höhere Blasendichte bei der Zählung nicht mehr aufgelöst werden konnte. Außerdem waren bei kleineren Impulsen oft mehrere Blasen zu einer Blase zusammengewachsen, sodaß die Messung der Blasendichte als ungeeignet erwies.

Bei diesen Untersuchungen stellten wir jedoch fest, daß bei Impulsen, die kleiner waren als ca. $600 \frac{\text{MeV}}{c}$, nach dem visuellen Eindruck eine Protonspur eine Gestalt hatte, die sich von der Gestalt einer Pionspur desselben Impulses ziemlich unterschied. Während nämlich bei der Pionspur die Blasen klein sind und genau in einer Reihe liegen, sind bei der Protonspur die Blasen infolge des Zusammenwachsens größer und liegen nicht alle in einer Reihe angeordnet, vielmehr liegen viele Blasen außerhalb der Spur (δ -Strahlen), wodurch ein ganz anderer visueller Eindruck entsteht. Dieser Unterschied zwischen Proton- und Pionspur bestand nicht mehr bei solch hohen Impulsen, bei denen für beide Teilchen ungefähr Minimum-Ionisation zu erwarten war. Wir haben in einer quantitativen Untersuchung an vielen Spuren elastischer Ereignisse mit Neigungswinkeln $< 50^\circ$ die δ -Strahldichte gemessen, wobei ein " δ -Strahl" registriert wurde, wenn an einer Stelle eine oder mehrere zusammengehörige Blasen deutlich außerhalb der eigentlichen Spur lagen, d.h. daß ihr äußerster Teil sich mehr als eine halbe Spurbreite außerhalb des Spurrandes befand. Es ergab sich (siehe Abb. 1)

daß bei Protonspuren im Impulsintervall von 200 bis 650 $\frac{\text{MeV}}{c}$ die δ -Strahldichte von $1,6 \text{ cm}^{-1}$ bis $0,4 \text{ cm}^{-1}$ variierte, während bei Pionspuren schon bei 200 $\frac{\text{MeV}}{c}$ die δ -Strahldichte unter $0,3 \text{ cm}^{-1}$ abgesunken war.

Mit diesem Ergebnis konnte also bis zu ca. 650 $\frac{\text{MeV}}{c}$ eine Protonspur von einer Pionspur unterschieden werden durch Messung der δ -Strahldichte. Es blieben dann nur noch sehr wenige nicht entscheidbare Ereignisse übrig, bei denen der positive Impuls zwischen ca. 650 und ca. 750 $\frac{\text{MeV}}{c}$ lag.

Meßgenauigkeit

1) Der Neigungswinkel ist die geometrische Größe, die am empfindlichsten von einer Ungenauigkeit in der Einführung des Koordinatensystems (YX), in der Auffindung der korrespondenten Punkte und in der Koordinatenmessung abhängt. Da die Größe Δ_s (siehe oben) ein Maß für die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit unserer Neigungswinkelmessung ist, haben wir aus den Spuren, bei denen die Länge $\hat{l}$ der projizierten Sehne zwischen Ereignisort und zweitem Punkt auf der Spur $> 3 \text{ cm}$ war, eine Häufigkeitsverteilung der Größe Δ_s angefertigt. Abb. 2 (aus ca. 260 Spuren) zeigt die Δ_s -Verteilung für Neigungswinkel $\epsilon < 30^\circ$, Abb. 2 (aus ca. 90 Spuren) für Neigungswinkel $\epsilon > 30^\circ$. Die Abbildungen zeigen, daß in fast allen Fällen unsere Neigungswinkelmessung mit einer Ungenauigkeit unter 2° für $\epsilon < 30^\circ$ und unter 1° für $\epsilon > 30^\circ$ reproduzierbar war.

Bei endenden Spuren mit einer Sehnenlänge $\hat{l} < 3 \text{ cm}$ traten wegen der Kürze oft erhebliche größere Werte für Δ_s auf. In einem solchen Falle wurde auf der Wulffschen Scheibe festgestellt, ob der Streuwinkel θ empfindlich vom Neigungswinkel abhängt. Wenn dies zutraf, wurde eine genauere Messung des Neigungswinkels versucht. Andererseits waren die Ereignisse mit kurzen endenden Spuren fast immer elastisch, sodaß mit dem Pion-Streuwinkel θ_2 der genaue Wert des Protonstreuwinkels θ_3 von der theoretischen Kurve ablesbar war.

2) Während Δ_s nur über die Reproduzierbarkeit unserer Messungen, nicht aber über etwaige systematische Fehler (z.B. durch die optischen Abbildungen, durch Strömungen in der Blasenkammer während der Expansion usw.) Auskunft gibt (da das wirkliche ϵ ja nicht bekannt ist), geben die Abweichungen der experimentellen Wertepaare (θ_2, θ_3) bei elastischen Ereignissen von

der theoretischen Kurve wirklich an, wie gut die Ergebnisse unserer geometrischen Analyse mit der Wirklichkeit übereinstimmen. Dazu wurde der senkrechte Abstand jedes experimentellen Punktes (θ_2, θ_3) von der Kurve in die waagrechte und senkrechte Komponente $\Delta\theta_2$ und $\Delta\theta_3$ zerlegt und von diesen Abweichungen $\Delta\theta_1$ eine gemeinsame Verteilung $N(\Delta\theta)$ angefertigt, da ja zwischen dem Meßverfahren für θ_2 und dem für θ_3 kein Unterschied besteht. Abb. 2 (aus ca. 200 Spuren) zeigt diese $\Delta\theta$ -Verteilung; man sieht, daß alle Abweichungen $< 3^\circ$ sind und daß daher insbesondere unsere Messung der projizierten und der Dipwinkel ziemlich gut ist.

3) Die schwierigste Messung ist die Bestimmung der Impulse. Über die von uns erreichte Genauigkeit in der Impulsbestimmung geben wieder die elastischen Ereignisse Auskunft, für die ja aus den Streuwinkeln θ die zugehörigen Impulse theoretisch folgen. Wir haben die prozentuale Abweichung Δ jedes Meßwertes vom theoretischen Wert bestimmt und eine Häufigkeitsverteilung $N(\Delta)$ dieser Fehler angefertigt. (Die Ungenauigkeit im theoretischen Impulswert infolge der kleinen Ungenauigkeit in der Bestimmung von θ ist im allgemeinen klein gegen die Abweichung des gemessenen Impulswertes vom theoretischen Wert. Außerdem wird sich diese Ungenauigkeit im theoretischen Wert in der Verteilung $N(\Delta)$ herausmitteln. Abb. 3 (aus ca. 80 Spuren) zeigt die Verteilung für Impulse $< 800 \frac{\text{MeV}}{c}$, und (aus ca. 100 Spuren) die Verteilung für Impulse zwischen 800 und $1100 \frac{\text{MeV}}{c}$. Man sieht an den Abbildungen folgendes:

a) die Verteilungen sind nahezu symmetrisch bezüglich der Achse $\Delta = 0$;

(Im ersten Fall $\frac{N(\Delta > 0)}{N(\Delta < 0)} \approx 0,9$ und im zweiten Fall $\frac{N(\Delta > 0)}{N(\Delta < 0)} \approx 1,0$).

Unsere Impulsbestimmung durch Krümmungsmessung ist also nicht mit einem systematischen Fehler behaftet.

b) Die Fehlerverteilung für die hohen Impulse ist etwas schärfer als die Fehlerverteilung der kleinen Impulse.

c) In den meisten Fällen ist die Abweichung Δ des gemessenen Impulses vom richtigen Wert kleiner als $\pm 20\%$. In allen Fällen, in denen die Abweichung mehr als 17% betrug, konnte ein Grund für diese Abweichung angegeben werden; Die Spur war

entweder sehr kurz oder verletzt oder verzerrt infolge von Turbulenz oder war nur sehr blaß und daher schlecht in der Reprojektion zu erkennen.

Obwohl also in einigen Fällen aus erklärlichen Gründen die Abweichung Δ ziemlich groß ist, so besteht doch die wichtigere Tatsache (siehe oben), daß in den allermeisten Fällen der theoretische Wert des Impulses innerhalb des zum gemessenen Impuls bestimmten Fehlerintervalls $p \pm \Delta p$ liegt.

Berechnung des Korrekturfaktors

Da ein Ereignis mit einer zu kurzen Sekundärspur nach dem Auswahlkriterium b) (S.10) nicht genommen wurde, mußte zur Vermeidung eines systematischen Fehlers in der Statistik an jedem genommenen Ereignis ein Korrekturfaktor $K \geq 1$ angebracht werden, der für dieses gemessene Ereignis angibt, wieviele Ereignisse desselben Typs ohne die Einschränkung b) gefunden worden wären.

In allen Fällen lag die Primärspur nahezu in einer zu den beiden Glasplatten der Kammer parallelen Ebene $z = z_0$. Projiziert man das Ereignis in eine Ebene senkrecht zur Primärrichtung, so bildet in dieser Ebene die Projektion der Tangente ("Spur") jeder Sekundärspur i mit der Schnittlinie s die der Projektionsebene mit der Ebene z_0 einen Azimutwinkel φ_i , für den gilt

$$(33) \quad \varphi_i = \arcsin \frac{z_0 \cdot \sin \theta_i}{r_i} \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi_i \leq \frac{\pi}{2}$$

Der Winkel φ zwischen den Projektionen der beiden "Sekundärspuren" beträgt, wenn man $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ verlangt,

$$(34) \quad \varphi = \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi & \text{für } \varphi_1 - \varphi_2 \leq -\pi \\ \varphi_1 - \varphi_2 & \text{für } |\varphi_1 - \varphi_2| \leq \pi \\ \varphi_1 - \varphi_2 - 2\pi & \text{für } \varphi_1 - \varphi_2 \geq \pi \end{cases}$$

Wie eine geometrische Überlegung (siehe Fig. 4) zeigt, ist die Länge l_1 des in die x-y-Ebene projizierten Tangentenabschnitts zwischen Ereignisort und Austrittsstelle aus dem

Glas größer oder gleich $l_0 = 4,9$ cm (siehe oben), wenn für φ_1 gilt

$$-\varphi'_1 \leq \varphi_1 \leq \varphi'_1$$

wobei

$$\varphi'_1 = \begin{cases} \arcsin \frac{l_0}{l_1} & \text{für } l_1 \leq l_0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } l_1 > l_0 \end{cases}$$

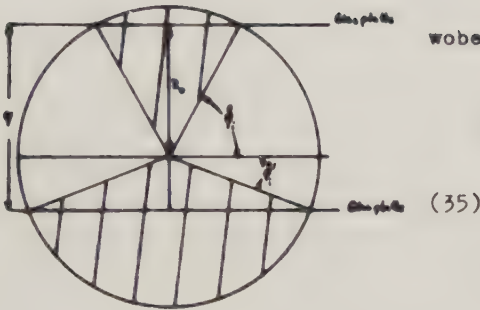


Fig. 4

Dabei geben $l_0 = 4,9$ cm und $l'_0 = \frac{l_0}{\sin \varphi'_1}$ die Grenzen an, zwischen denen bei festem φ_1 der Neigungswinkel φ_1 liegen darf ($-\varphi'_1 \leq \varphi_1 \leq \varphi'_1$), damit $l_1 \geq l_0$ ist.

Auf dem vollen Kreisbogen, der dem Winkel φ_1 zur Verfügung steht, werden für jede Sekundärspur i durch φ_1 und φ'_1 zwei "verbotene" Sektoren festgelegt (in Figur 4 schraffiert eingezeichnet), in denen die Projektion der "Spur" mit dem Azimutwinkel φ_1 nicht liegen darf, wenn $l_1 \geq l_0$ sein soll. Ein Ereignis wird also nur dann genommen, wenn beide φ_1 außerhalb ihrer verbotenen Sektoren liegen; es wird nicht genommen, wenn mindestens eines der beiden φ_1 in einem der zugehörigen verbotenen Sektoren liegt. Dreht man ein genommenes Ereignis mit festen $\varphi_2, \varphi_3, \varphi$ um die Primärrichtung, so sind bei dieser Drehung alle Lagen gleich wahrscheinlich (Isotropie um die Primärrichtung). Ist daher Σ die Summe aller Winkelintervalle aus dem vollen Umlauf um 2π , während denen gleichzeitig beide φ_1 außerhalb ihrer verbotenen Sektoren liegen, so ist der Korrekturfaktor K für dieses Ereignis gleich dem Verhältnis des vollen Umlaufwinkels zu dieser Summe Σ der Umlaufintervalle in erlaubten Sektoren, also

$$(36) \quad K = \frac{2\pi}{\Sigma}$$

Die Bestimmung von Σ wurde aus den berechneten Winkeln ϕ_1, ϕ'_1, φ mit Hilfe eines rechnerischerartigen Stabes mit fester und verschiebbarer geradiiniger Winkelskala durchgeführt. Auf der festen Skala wurden die beiden durch ϕ_2 und ϕ'_2 gegebenen verbotenen Gebiete für die zweite Sekundärspur, auf der verschiebbaren Skala die beiden durch ϕ_3 und ϕ'_3 gegebenen verbotenen Gebiete für die dritte Sekundärspur markiert.

Die bewegliche Skala wurde dann um den Winkel φ gegen die feste Skala verschoben und durch Summation der "freien", d.h. von keinem verbotenen Gebiet überdeckten Intervalle zwischen 0 und 2π die Summe Σ gebildet.

Bei den meisten Ereignissen gab es für eine der beiden Sekundärspuren keine verbotenen Sektoren, d.h. $\phi = \phi' = 90^\circ$. Σ ist dann unabhängig von φ und einfach gleich der Summe $2(\phi_1 + \phi'_1)$ der erlaubten Sektoren der anderen Sekundärspur.

Es ist noch zu prüfen, ob durch das Auswahlkriterium b) nicht etwa bestimmte durch z_0, θ_2, θ_3 und φ charakterisierte Typen von Ereignissen ganz verloren gehen. Dazu soll bei festem z_0 der ungünstigste Fall untersucht werden,

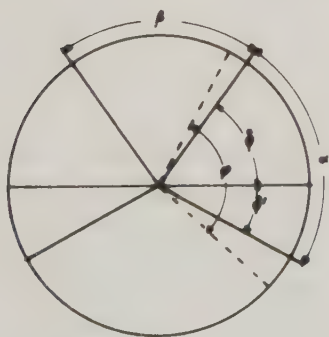


Fig. 5

für den $\theta_2 = \theta_3 = \frac{\pi}{2}$ ist, für den also die verbotenen Sektoren paarweise gleich und maximal sind: $\phi_2 = \phi'_2 = \phi_3 = \phi'_3 = \phi'$. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei $\phi \geq \phi'$, d.h. $z_0 \geq \frac{1}{2}$. Wie Fig. 5 zeigt, liegt für diesen Fall während des ganzen Umlaufs dann und nur dann immer wenigstens eine Spur in ihrem verbotenen Sektor, wenn für φ gilt

$$\alpha \leq \varphi \leq \beta \quad \text{d.h.} \\ \phi + \phi' \leq \varphi \leq \pi - 2\phi$$

Typen mit diesem φ gehen also ganz verloren; wie die Ungleichung zeigt, sind sie jedoch nur möglich, wenn $3\varphi + \varphi' \leq \pi$ ist. In unserem Falle ($q = 16,5 \text{ cm}$, $l_0 = 4,9 \text{ cm}$) ist diese Ungleichung für kein z_0 zwischen $q/2$ und q erfüllt; denn für die Funktion:

$$F(z_0) = 3\varphi + \varphi' = 3 \arcsin \frac{z_0}{q} + \arcsin \frac{z_0}{l_0}$$

gilt

$$F(q/2) = 237,6^\circ > 180^\circ$$

$$F(q) = 220,5^\circ > 180^\circ$$

$F(z_0)$ hat zwischen q und $q/2$ nur ein Maximum. Die Bedingung $F(z_0) \leq \pi$ ist also nirgendwo erfüllt; selbst im ungünstigsten Falle gehen also keine Typen grundsätzlich verloren.

II. Experimentelle Ergebnisse

Durchmusterung

Bei Beginn der Untersuchung wurden alle vorhandenen Filme nach Reaktionen durchmustert, bei denen entweder zwei und mehr sichtbare (d.h. geladene), oder aber nur neutrale Teilchen herausliefen. Erstere haben das Aussehen einer Zwei- oder Mehrfach-Gabelung der Primärspur, letztere das einer endenden Spur. Ein zweimaliges Durchmustern einiger Filme ergab, daß der Prozentsatz der unsystematisch übersehenen Ereignisse vernachlässigbar klein ist. Als Kriterium für einen systematischen Verlust bestimmter räumlicher Konfigurationen von Streue Ereignissen wurde die als rotationssymmetrisch um die Primärrichtung anzunehmende Verteilung der Streuwinkel angesehen. Es zeigte sich, daß die meisten elastischen, also komplanaren Ereignisse, die in einer Ebene ungefähr parallel zur Beobachtungsrichtung lagen, nicht gefunden wurden. Eine Extrapolation ergab, daß dies etwa 9 % aller elastischen Streuungen sind. Die Zahl der nicht gefundenen unelastischen Ereignisse ist kleiner, da diese im allgemeinen nicht komplanar sind. Es wurde angenommen, daß ca. 4 % der unelastischen Streuungen mit zwei sichtbaren Spuren, sowie auch 4 % der Streuungen ohne sichtbare Spuren

verloren gegangen sind.

Außerdem ergab sich aus der Winkelverteilung der elastischen Stöße, daß viele Ereignisse mit kleinem Streuwinkel, d.h. energiearmen Protonen, nicht gefunden wurden. Eine Gesamtabeschätzung ergab, daß $(17 \pm 5) \%$ aller elastischen Ereignisse beim Durchmustern übersehen wurden.

Bestimmung der Wirkungsquerschnitte

Zur Bestimmung des totalen Pion-Proton-Wirkungsquerschnittes haben wir 10180 Spuren in einem rechteckigen, durch eine Schablone festgelegten Gebiet verfolgt. Die wirkliche Länge des jeweils beobachteten Spurteils betrug im Durchschnitt 15,5 cm. Infolge der Verunreinigung des Primärstrahls durch μ -Mesonen und Elektronen hatten wir eine Korrektur von $(7 \pm 2) \%$ anzubringen, sodaß die Gesamtzahl der verfolgten Pion-Spuren: $N = 9\,450 \pm 200$ war, das entspricht einer Spurlänge von $(1\,464 \pm 25)$ Meter. Die Zahl der dabei gefundenen Pion-Proton-Reaktionen betrug: $Z' = 227$ (dabei ist die Erzeugung von K-Mesonen und Hyperonen nicht berücksichtigt; außerdem wurde angenommen, daß wegen der schwachen Wechselwirkung der μ -Mesonen die Zahl ihrer Reaktionen gegenüber der der Pion-Reaktionen vernachlässigt werden kann.)

Die Wasserstoffdichte nach der Expansion der Blasenkammer war $0,0606 \text{ g/cm}^3$, das entspricht einer Protonendichte von $n = 0,3625 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$. Damit erhält man ohne Berücksichtigung der Korrektur für Durchmusterungsverluste den totalen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma'_{\text{tot}} = \frac{Z'}{15,5 \text{ mN}} = 42,7 \text{ mb}$$

der Fehler beträgt:

$$\Delta \sigma_{\text{tot}} = \sigma'_{\text{tot}} \sqrt{\frac{1}{Z'} + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} = 3,0 \text{ mb}$$

Um den Beitrag der bei der Durchmusterung nicht gefundenen Ereignisse zum Gesamtwirkungsquerschnitt σ_{tot} zu berechnen,

müssen wir eine gemittelte Durchmusterungs-Korrektur bestimmen, da die prosentualen Verluste für die einzelnen Reaktionen verschieden sind. In Tabelle I sind die Anzahlen der Ereignisse (In Klammern: Zahlen mit Korrekturfaktoren aus den Auswahlkriterien) und die Durchmusterungs-Korrekturen aufgetragen.

TABELLE I

Elast.	Durchm. Korr. %	Reakt. (1) r.r.o	Durchm. Korr. %	Reakt. (2) r.r.o	Durchm. Korr. %
305 (427)	17	190 (235.7)	4	103 (118)	4
Vielf. mit 2 sichtb.	Durchm. Korr. %	Ohne sichtb.	Durchm. Korr. %	Vielf. m. 4 sichtb.	Durchm. Korr. %
44 (59.3)	4	63	4	6	0

Für die Reaktionen aus den ersten vier Spalten der Tab. I wurde die Zahl der Ereignisse in 8 900 Bildern, für die beiden letzten Spalten in 2 750 Bildern ermittelt. In diesen 2 750 Bildern betrug die Zahl der Ereignisse mit zwei sichtbaren Sekundärspuren 371. Demnach ist die mittlere Durchmusterungskorrektur folgender gewichteter Mittelwert.

$$M_K = \frac{17 \cdot 305 + 4(190 + 103 + 44) + 4 \cdot \frac{(305 + 103 + 190 + 44)}{371}}{(305 + 103 + 190 + 44) \left(1 + \frac{63}{371}\right)} = 9,2\%$$

Die Zahlen sind der Tabelle I entnommen. (Der Faktor 63/371 tritt auf, weil die 63 Ereignisse ohne sichtbare Sekundärspur in nur 2 750 Bildern ermittelt wurde, während alle übrigen zur Durchmusterungs-Korrektur beitragenden Reaktionen aus 8 900 Bildern stammen.)

Unter Berücksichtigung der Durchmusterungs-Korrektur ergibt sich die Anzahl der Ereignisse auf einer Spurlänge von $1\,464 \pm 25$ Meter zu $Z = 250 \pm 16$. Für den totalen Wirkungsquerschnitt erhält man daraus

$$\sigma_{\text{tot}} = (47,2 \pm 3,1) \text{ mb}$$

Zur Berechnung der partiellen Wirkungsquerschnitte für die einzelnen Reaktionen haben wir auf Grund der Definition des Wirkungsquerschnittes folgende Verhältnisgleichung benutzt:

$$\frac{\sigma'_i}{\sigma'_{\text{tot}}} = \frac{N_i}{N_{\text{b}}}$$

Die korrigierten partiellen Wirkungsquerschnitte für die in den beiden letzten Spalten der Tab. I angeführten Reaktionen ergeben sich aus den in den 2750 Bildern registrierten Ereignissen wie folgt:

$$\sigma'_1 = 42,7 \frac{63}{440 \cdot 0,96} = (6,4 \pm 1) \text{ mb}$$

$$\sigma'_2 = 42,7 \frac{6}{440} = (0,6 \pm 0,3) \text{ mb}$$

Als Gesamtwirkungsquerschnitt für alle Reaktionen mit zwei sichtbaren Sekundärspuren ergab sich ohne Durchmusterungskorrektur der Wert:

$$\sigma'_1 = 42,7 \frac{371}{440} = (36,0 \pm 3,6) \text{ mb}$$

Aus σ'_i , den in Tab. I angeführten gefundenen Anzahlen N_i (der Index i soll den Reaktionstyp bezeichnen), und den

Korrekturfaktoren kann man leicht die partiellen Wirkungsquerschnitte σ_i für die verschiedenen Reaktionen mit zwei sichtbaren Sekundärspuren berechnen, es gilt die Formel:

$$\sigma_i = \sigma'_i \cdot \frac{N_s}{N_{\text{ges}} \cdot F_s}, \quad F_s \text{ ist die entsprechende Durchau-}$$

sterungskorrektur, N_{ges} die Gesamtzahl der Ereignisse mit zwei sichtbaren Sekundärspuren.

Der Fehler $\Delta\sigma_i$ ergibt sich aus:

$$\Delta\sigma_i = \sigma_i \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma'_i}{\sigma'_i}\right)^2 + \frac{1}{N_{\text{ges}}} + \left(\frac{\Delta F_s}{F_s}\right)^2 + \frac{1}{N_s}}$$

In Tab. II sind die nach dieser Methode berechneten Wirkungsquerschnitte zusammengestellt:

TABELLE II

Reaktion	Wirkungsquerschnitt in mb
$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p$	$22,0 \pm 3,1$
(1) $\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p + \pi^0$	$10,4 \pm 1,8$
(2) $\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + n + \pi^+$	$5,3 \pm 1,2$
Streuung ohne sichtbares Sekundärteilchen	
$(\pi^- + p \longrightarrow Z\pi^- + n \text{ mit } Z = 1, 2, 3 \text{ oder maximal } 4)$	$6,4 \pm 1,0$
Vielfacherzeugung mit zwei sichtbaren Sekundärteilchen:	
$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p + 2\pi^0$ $\longrightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + n \text{ usw.})$	$2,5 \pm 0,7$
Vielfacherzeugung mit vier sichtbaren Sekundärteilchen:	
$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + p$ usw.)	$0,6 \pm 0,3$
$R = \frac{\sigma(\pi^- p p)}{\sigma(\pi^- p n)}$	$0,50 \pm 0,12$ $- 0,14$
Totaler Wirkungsquerschnitt ohne Erzeugung von K-Mesonen und Hyperonen	$47,2 \pm 3,1 \text{ mb}$

Die Fehler folgen aus der obigen Formel. Beim Verhältnis R tritt ein unsymmetrischer Fehler auf, weil hier auch die Unsicherheit in der Entscheidung zwischen den beiden Reaktionen (1) und (2) mitberücksichtigt wurde. (Zur Berechnung der Fehlergrenzen für R wurden die beiden extremen Fälle angenommen, daß die nicht entscheidbaren Ereignisse entweder alle vom Typ 1 oder alle vom Typ 2 seien.)

Impulsverteilungen und Winkelverteilung

In den Abbildungen 4 - 9 sind die einzelnen Impulsverteilungen im π^- -p Schwerpunktsystem für die Reaktionen:



Abb. 4 stellt die Impulsverteilungen der π^- , Abb. 5 die der π^0 und Abb. 6 die Verteilung der Neutronen aus Reaktionstyp (2) dar.

Abb. 7 zeigt die Impulsverteilungen der π^- , Abb. 8 der π^0 und Abb. 9 der Protonen aus Reaktionstyp (1).

In Abb. 14 ist die Energieverteilung der Protonen aus Reaktion (1) im Laborsystem aufgetragen. Die angegebenen Fehler sind statistische Fehler. Die gestrichelte Kurve (Abb. 4 - 9) gilt für Ereignisse, die aus kinematischen Gründen oder durch Ionisationsmessung mit Sicherheit als Reaktion (1) oder (2) festgestellt sind. Bei diesen Ereignissen wurden die gemessenen Impulse nach einem früher beschriebenen Verfahren solange innerhalb der Fehlergrenzen variiert, bis sie genau den kinematischen Erfordernissen des jeweiligen Stoßes entsprachen. ("vertex fit"). Die übrigen Ereignisse, die, wie man aus den Verteilungen sieht, keine entscheidende Rolle spielen, wurden in folgender Weise in die Statistik aufgenommen: Als Maß für die Wahrscheinlichkeit, daß ein positives Teilchen ein Proton oder ein π^+ -Meson ist, wurden die Impulsspektren der sicher identifizierten positiven Teilchen benutzt. Das Verhältnis zwischen der Zahl von identifizierten Protonen und π^+ -Mesonen mit dem Impuls p_0 sei $V = \frac{N_p(p_0)}{N_{\pi^+}(p_0)}$;

dann gilt, daß ein nicht identifiziertes Teilchen mit dem Impuls p_0 mit der Wahrscheinlichkeit $W_p = \frac{V}{1+V}$

ein Proton und mit der Wahrscheinlichkeit $W_r = \frac{1}{1+V}$

ein π^+ -Meson ist. Diese Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in Abbildung 10 aufgetragen. Die zweifelhaften Streuereignisse wurden mit diesen Gewichten auf die beiden Reaktionen (1) und (2) verteilt.

Die Winkelverteilung aller elastischen Ereignisse ist auf den totalen Wirkungsquerschnitt normiert. Die beste Kurve durch das Histogramm wurde unter der Annahme gefunden, daß Drehimpulsquantenzahlen größer als 2 nicht auftreten. Dann kann man den differentiellen Wirkungsquerschnitt darstellen durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \chi^2 \sum_{l=0}^{\infty} a_l \cos^2 \theta$$

In Abbildung 11 ist die ausgezogene Kurve gegeben durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 0,384 - 2,583 \cos^2 \theta + 0,817 \cos^4 \theta + 7,079 \cos^6 \theta + 4,154 \cos^8 \theta$$

Eine Phasen-Analyse war nicht möglich, da die Winkelverteilung von π^+ -p Streuungen fehlte. Die vorliegenden Daten genügen nicht, die zehn Phasenverschiebungen zu bestimmen (Vernachlässigung von F-Wellen). Abbildung 11 zeigt jedoch, daß mit der Annahme von höchstens D-Wellen-Wechselwirkung die Messungen genügend gut interpretiert sind.

III. Theoretische Vergleiche

Bei der vorher beschriebenen experimentellen Untersuchung der beiden möglichen Reaktionen (1) und (2), in denen ein π -Meson erzeugt wird, war ein Hauptziel, die Impulsspektren für die beiden Sorten erzeugter Mesonen getrennt zu messen; in einem Gesamtspektrum beider Sorten wären

nämlich charakteristische Effekte der Einzelspektren verwischt; man könnte deshalb keine genauere theoretische Untersuchung an die Messung anschließen. Ein getrenntes Messen der Spektren läuft auf eine experimentelle Unterscheidung zwischen den Reaktionen (1) und (2) hinaus; dieses war durch die Anwendung von Ionisationsmessungen und kinematischen Kriterien wie sie in Abschnitt I beschrieben wurden möglich.

Statistisches Modell mit Berücksichtigung der Isobaren

Wir wollen unter Benutzung einiger neuerer theoretischer und experimenteller Ergebnisse versuchen, aus Fermis Grundgedanken zum statistischen Modell der Mesonenerzeugung die heutzutage größtmögliche Information herauszuholen.

Es ist immer möglich die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang vom Zustand A in den Zustand B in folgender Form zu schreiben:

$$W_{AB} = 2\pi |T_{AB}|^2 \rho(E),$$

wobei T_{AB} Übergangs-Matrixelemente sind und $\rho(E)$ die Zustands-Dichte in der Nähe des Zustandes B für die gegebene Energie E des Systems. Da wir noch keine fertige Theorie der starken Wechselwirkungen besitzen, ist es unmöglich, die T_{AB} exakt auszurechnen. Trotzdem kann man einige Eigenschaften der Matrixelemente schon aus ganz allgemeinen Überlegungen herleiten. In unserem Fall haben wir für den Zustand A zwei entgegenlaufende ebene Wellen. Er kann vollständig beschrieben werden durch folgende Quanten-Zahlen:

E - totale Energie :	1,74	Gev
P - totaler Impuls :	0	
T - totaler Isospin :	T = 3/2 und T = 1/2	
T_3 - dritte Komponente des Isospins:	- 1/2	
B - Baryonen-Zahl :	1	
L - Ladung :	0	

Wir nehmen an, daß diese alles Quantenzahlen sind, die bei starken Wechselwirkungen erhalten bleiben. Das bedeutet, daß alle Matrix-Elemente T_{AB} , die zu einem Zustand B mit anderen Quantenzahlen führen, verschwinden. Um nicht verschwindende Elemente zu bekommen, folgen wir im wesentlichen Fermi ¹²⁾.

Unser Zustand B enthält zwei Pionen und ein Nukleon. Wir nehmen an, daß die drei Teilchen in einem Volumen V eingeschlossen sind und fragen nach der Wahrscheinlichkeit des inversen Prozesses, der in den Zustand A zurückführt, d.h., in ein Pion und ein Proton. Es ist klar, daß überhaupt keine Reaktion möglich ist, wenn die Teilchen in V weiter als die Reichweite der Kernkräfte voneinander entfernt sind. Nur wenn die Entfernung kleiner ist, ist eine Reaktion zu erwarten. Aus dieser einfachen geometrischen Überlegung folgt, daß die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang $B \rightarrow A$ einen Faktor $(\frac{\Omega}{V})^{n-1}$ enthalten wird. Hier bedeutet Ω ein Wechselwirkungsvolumen, dessen Größe durch die Reichweite der Kernkräfte gegeben ist. Der Ausdruck $(\frac{\Omega}{V})^{n-1}$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß n Teilchen, die durch den Impulssatz miteinander korreliert sind, sich gerade in Ω aufhalten. Dieser Faktor sollte auch im Matrixelement für den Übergang von A $\rightarrow$ B $|T_{AB}|^2$ vorkommen. Hier kann man betonen (was jedoch für unseren Fall nicht zutrifft), daß das Wechselwirkungsvolumen bei ⁵⁾ für verschiedene Arten von Wechselwirkung verschieden definiert wird; daher wird beim Mehrteilchenproblem Ω^{n-1} aufgespalten in Teilvolumina $\Omega_1^{n-1} \cdot \Omega_2^{n-1} \cdot \Omega_3^{n-1} \dots$ welche für verschiedene Teilchen (K-Mesonen, Hyperonen) auch verschieden groß sein können.

Das statistische Modell macht folgende Annahmen:

a) Alle anderen Größen, die in $|T_{AB}|^2$ vorkommen, variieren sehr wenig mit der Energie und Teilchenzahl. Wir nehmen an, daß sie in erster Näherung konstant sind.

b) Das Wechselwirkungsvolumen Ω ist lorentzkontrahiert und unabhängig von der Teilchenzahl:

$$\Omega = \sqrt{1-\beta^2} \Omega_0 \quad ; \quad \Omega_0 = \frac{4\pi}{3} r_0^3$$

r_0 ist ein freier Parameter der Theorie von der Größenordnung $\sim 1,2 \times 10^{-13}$ cm.

c) Die Erzeugung der Teilchen ist eine sehr starke Wechselwirkung, so daß sich bereits nach sehr kurzer Stoßzeit ein Gleichgewicht unter allen möglichen Endzuständen einstellt. Das Gewicht für einen bestimmten Zustand nach dem Stoß ist "statistisch" gegeben, d.h. durch die Zahl der Möglichkeiten, die diesen Zustand erzeugen können. Mit diesen Voraussetzungen kann man ganz allgemein als relative Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Endzustand b schreiben:

$$(1) R_b = \left[\frac{\Omega}{(2\pi)^3} \right]^{n-1} T_{a,b,f}(T) \frac{\pi(2S_b+1)^{2n}}{\pi N_b!} S_b^n(E, m_1, \dots, m_n)$$

Der Faktor $T_{a,b,f}$ gibt die Zahl der Kombinationen, die für einen bestimmten totalen Isospin T, mit a Teilchen vom Isospin 1/2, b Teilchen vom Isospin 1 und f Teilchen vom Isospin 3/2 möglich sind, wieder und sichert die Erhaltung von Isospin und Ladung. Der Faktor $\pi(2S_b+1)^{2n}$ gibt die Multiplizität eines Zustandes mit einem bestimmten Spin wieder. Dabei ist n die Zahl der Teilchen, die den Spin S_b haben; N_b ist die Zahl gleicher Teilchen (Isospinmultipletts werden als gleiche Teilchen betrachtet).

Ω ist das Wechselwirkungsvolumen, S_b^n die Dichte im Impulsraum:

$$S_b^n(E, m_1, \dots, m_n) = \int \vec{p}_1 \dots \vec{p}_n \delta(E - \sum \sqrt{p_i^2 + m_i^2}) \delta(\sum \vec{p}_i)$$

Die Teilchenzahl, die sich aus Formel (1) ergibt, entspricht der Zahl der im Augenblick des Aufhörens der Wechselwirkung bestehenden Teilchen. Es ist jedoch keineswegs sicher, daß diese Zahl wirklich gleich der beobachteten Zahl von Teilchen ist. Es ist nämlich möglich, daß sich infolge starker Resonanz-Wechselwirkungen (Isobar-Zustände) Quasiteilchen bilden, deren Lebensdauer größer als ihre Aufenthaltsdauer in Ω ist.

Bei der Photoerzeugung, wie auch bei der Pion-Proton-Streuung, gibt es einige starke Maxima des Wirkungsquerschnittes als Funktion der Primärenergie, verbunden mit einem schnellen Wachstum der Phasenverschiebung; sie sind charakteristisch für einen bestimmten Zustand. Wir können behaupten, daß dies Resonanz-Wechselwirkungen sind. Aus der Winkelverteilung von Pionen aus der Photoerzeugung können wir den Beitrag bestimmter Partialwellen, wie auch die relative Parität angeben. Folgende Tabelle ⁶⁾ gibt verschiedene mehr oder weniger experimentell begründete $(\pi-p)$ -isobare Zustände an:

TABELLE I

Energie des Zustandes Mev	J	T	P
1 000	5/2	3/2	?
800	5/2	1/2	?
600	3/2	1/2	-
300	3/2	3/2	+
0	1/2	1/2	+

Auf Grund von theoretischen Überlegungen erwartet man heute ferner eine Pion-Pion-Resonanzwechselwirkung. Aus der elektromagnetischen Struktur des Protons lassen sich die Amplituden für diese Resonanzwechselwirkung analytisch angeben ⁷⁾:

$$(2) f = \frac{\Gamma}{v_1 - v[1 - \Gamma a(v)] - i\Gamma[\frac{\Gamma}{4v_1}]^{1/2}} ; a(v) = \frac{2}{3} \left[\frac{v}{v_1} \right]^{1/2} \ln[v^{1/2} + (v+1)^{1/2}]$$

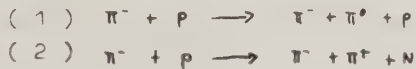
wobei Γ die Resonanzbreite und v_1 das Resonanzmaximum ist. Man nimmt an, daß diese Resonanzwechselwirkung im Zustand $J=1$ und $T=1$ stattfindet. Die Parameter Γ und v_1 sind in gewissen Grenzen unbestimmt. Überhaupt ist die Existenz dieses Pion-Pion-Isobars ($\pi\pi$) weniger gesichert als die der Pion-Nukleon-Isobaren.

Aus unseren experimentellen Ergebnissen sieht man klar, daß das statistische Modell in seiner ursprünglichen Form keineswegs unsere Impulsverteilungen erklären kann. Nach dem statistischen Modell ergibt sich nämlich für alle Pionen die gleiche Impulsverteilung, während wir bei unserem Experiment deutlich verschiedene Maxima für verschiedene Pionen erhalten haben. Diese Tatsache kann andeuten, daß Isobaren-Zustände bei diesen Prozessen eine Rolle spielen. Nach den obigen Überlegungen machen wir folgende Annahmen: Die Pion-Erzeugung bei einem Stoß zwischen einem Pion von 1 GeV Laborenergie und einem Proton kann durch folgende vier Kanäle stattfinden:



(a) bedeutet direkte Erzeugung; (b) Erzeugung durch ein Pion-Nukleon Isobar im $(3/2, 3/2)$ Zustand; (c) durch ein Pion-Nukleon Isobar im $(3/2, 1/2)$ Zustand und (d) durch ein Pion-Pion Isobar im $(1, 1)$ Zustand.

Uns interessieren speziell folgende Reaktionen:



Wir wollen darum alle Größen ausrechnen, die wir für diese zwei Übergänge brauchen,

Relative Wahrscheinlichkeiten:

Nach Formel (1) läßt sich R_b für jeden einzelnen Kanal berechnen. Für die Fälle (b), (c), (d) wurde g_i^* für jede einzelne Isobarmasse getrennt ausgerechnet; dies ist, da es sich nur um zwei Teilchen handelt, in geschlossener Form möglich. Aus allen kinematisch erlaubten Massen haben wir das Mittel genommen:

$$\bar{g}_i^* = \frac{\sum g_i^* \sigma_i}{\sum \sigma_i}$$

wobei σ_i die nichtnormierte Wahrscheinlichkeit für das Isobar der Masse m_i ist (siehe später). Den Faktor $T_{a,p}$ kann man in verschiedenen Tabellen finden ⁸⁾. Wir haben folgende Werte verwendet:

TABELLE II

δ	1	0
δ	0	1
0	1 (-)	- (1)
1	1 (1)	1 (1)
2	3 (2)	2 (2)

Die Zahlen in Klammern entsprechen Werten für den totalen Isospin $T = 1/2$, die anderen für $T = 3/2$. Für den Fall (a) haben wir g_a^4 nach der Monte Carlo Methode ⁹⁾ mit Hilfe des "Mercury Basic Code Programms" auf 0,02 % genau berechnet. Für die nicht normierten relativen Wahrscheinlichkeiten erhielten wir folgende Resultate:

$$R_b^{(a)} = 25,5; R_b^{(b)} = 55,7; R_b^{(c)} = 9,8; R_b^{(d)} = 69,6$$

(Für r_0 haben wir den Wert $1/0,139$ angenommen ¹²⁾. Das ist die richtige Einheit, wenn wir alle Werte von g_a^4 in GeV berechnen und $\hbar = c = 1$ setzen)

Impulsverteilungen für bestimmte Kanäle

Die Impulsverteilungen für π -Mesonen und Protonen aus Kanal (a) sind mit den von M. M. Block ¹⁰⁾ angegebenen Formeln berechnet worden. Die Verteilung der Pionen zeigt Kurve V_a in Abb. 12.

Die Berechnung der Impulsverteilungen für die Kanäle (b), (c) und (d) (Pion-Erzeugung über Isobarenzustand) ist formal für alle Kanäle gleich, deshalb soll die Berechnung nur für den Kanal (d) ausführlich beschrieben werden.

Es soll angenommen werden, daß die Isobaren isotrop im Pion-Proton-Schwerpunktsystem emittiert werden, und daß sie in ihrem eigenen Ruhsystem isotrop in zwei Teilchen zerfallen. (Diese Annahme ist willkürlich; aber da experimentell wenig über die Polarisation bei Pion-Proton-Stößen bekannt ist, scheint es die einfachste Voraussetzung zu sein.)

Unter der Voraussetzung einer bestimmten Isobarenmasse transformiert sich die Impulsverteilung der Pionen aus dem Isobarzerfall folgendermaßen vom Isobar-Ruhsystem in das Pion-Proton-Schwerpunktsystem:

$$W(p) dp = \text{const.} \frac{p dp}{\gamma v p_0 E} \quad (\text{siehe Anhang I})$$

Auf Grund der Breite der Resonanzkurven bei Pion-Nukleonstreuung und Photo-Pion-Erzeugung kann man schließen, daß verschiedene Massen des Isobars auftreten, deren Wahrscheinlichkeiten durch den Verlauf der Resonanzkurven wiedergegeben werden. Entsprechend den Isobarenmassen sind dann auch die Impulsverteilungen der Zerfallspionen im Schwerpunktsystem verschieden.

Wir haben nun zunächst für alle möglichen Isobaren-Massen die Impulsspektren der Zerfallspionen im π^-p Schwerpunktsystem berechnet und jeweils normiert: $\int W_i(p) dp = \text{const.}$ Um mit dem Experiment vergleichen zu können, müssen diese Spektren $W_i(p)$ nun mit geeigneten Gewichten versehen und aufsummiert werden. Gewichtet wurde erstens mit den Phasenraumfaktoren $g^{\pm}_{\pi p}$ zweitens mit den zum Teil experimentell bekannten Wirkungsquerschnitten $\sigma(\pi, \pi)$ im Bereich des jeweiligen Spin-Isospin-Resonanzzustandes, der dem gewählten Kanal $j = (a, b, c, d)$ entsprach. So wurde für das Isobar N^* (Kanal b) der Resonanzteil des experimentellen Wirkungsquerschnittes für π^+p Streuung verwendet, da π^-p -Streuung nur im $T = 3/2$ Zustand stattfindet. Entsprechend haben wir für N^{**} (Kanal c) den Beitrag $T = 1/2$ des experimentellen Teils der $(3/2, 1/2)$ -Resonanz im Pion-Protonstoß benutzt. Zum Isobar Σ (Kanal d) wurde der Wirkungsquerschnitt für die Pion-Pion-Streuung aus Formel (2) berechnet und eingesetzt.

Damit ergibt sich als Impulsverteilung der Pionen aus dem Isobarzerfall im π^- -p Schwerpunktsystem der Ausdruck:

$$V_{jI}(p) dp = \text{Const.} \left[\sum_i \sigma_i(\pi^-) g_i^*(\pi^-) W_i(p) \right]_j dp$$

Auf analoge Weise haben wir die Impulsverteilungen V_{jR} der "Rückstoßteilchen", d.h. der beim primären Stoßakt zusammen mit dem Isobar emittierten Teilchen, berechnet. Nur entstehen hierbei anstatt Spektren $W_1(p)$ bestimmte Impulse p_1 . Die Norm für beide Verteilungen wurde gleichgesetzt,

$$\int V_{jI}(p) dp = \int V_{jR}(p) dp$$

da zu jedem Isobar genau ein Rückstoßteilchen gehört. In den folgenden Rechnungen sind alle Verteilungen V_K gleich normiert: $\int V_K(p) dp = \text{const.}$

In Abb. 12 und 13 sind V_a : Pion-Verteilung für Kanal (a); V_{bI} , V_{bR} , V_{cI} und V_{cR} : Pion-Verteilungen aus dem Isobarzerfall (I) sowie Rückstoßteilchen, (R) für Kanal (b) bzw. (c); V_d ist die Pionverteilung für Kanal (d).

Impulsverteilungen für einzelne Pionen aus den Reaktionen (1) und (2)

Unser Anfangszustand (π^- , p) kann in einem Isospin-Zustand $T = 1/2$ oder $T = 3/2$ sein. Der totale Wirkungsquerschnitt ist bekanntlich: $\sigma = 2/3 \sigma_{1/2} + 1/3 \sigma_{3/2}$ wobei $\sigma_{1/2}$, $\sigma_{3/2}$ der totale Wirkungsquerschnitt für den Zustand mit $T = 1/2$ bzw. $T = 3/2$ ist. Dieselbe Beziehung gilt auch getrennt für den elastischen und für den unelastischen Teil des Wirkungsquerschnittes. Wir schreiben die Wellenfunktionen des Endzustandes für $T = 1/2$ und Kanal (a) bzw. (b), (c), (d); $|1/2, a\rangle$, $|1/2, b\rangle$ usw. und analog für $T = 3/2$: $|3/2, a\rangle$, $|3/2, b\rangle$ usw. Der Endzustand für jeden bestimmten Kanal ist gegeben durch:

$$(3) \quad |2n, j\rangle = |1/2, j\rangle + \lambda^n e^{i\varphi} |3/2, j\rangle$$

j bezeichnet die Kanäle (a), (b), (c) und (d), $\lambda = \frac{Q_{j,1}}{254}$ und φ ist die Phasendifferenz zwischen den Zuständen $T = 1/2$ und $T = 3/2$. Die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Pion aus Reaktion (1), bzw. (2) ist gegeben durch den Absolutwert der Konstanten bei der Ladungs-Zerlegung (siehe Anhang II).

Wie man aus (3) sieht, haben wir zwei unbekannte Parameter λ und φ . Man könnte sie entweder als freie Parameter behandeln und aus dem Experiment bestimmen, oder aber sie aus anderen Experimenten ausrechnen. λ läßt sich aus den totalen inelastischen Wirkungsquerschnitten für π^+p und π^-p bei 1 GeV leicht ausrechnen:

$$(4) \quad \lambda = \frac{1}{3 \frac{\sigma_{\pi^+p}(1\text{ GeV})}{\sigma_{\pi^-p}(1\text{ GeV})} - 1} \approx 0.1$$

Aus der Winkelverteilung bei Photoerzeugung ist es möglich auf Phasendifferenzen zu schließen. In Übereinstimmung mit (11) haben wir nicht ganz willkürlich angenommen, daß $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ist.

Jetzt können wir für alle Kanäle (mit Verwendung von $\varphi = \frac{\pi}{2}$) die einzelnen Impulsverteilungen $D_p^{(j)}$ angeben; j bezeichnet den Kanal (a), (b) usw., p den Reaktionstyp (1), (2);

$$\begin{aligned} D_1^{(a)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_a \\ D_1^{(a)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_a \\ D_2^{(a)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bI} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bR} \\ D_2^{(a)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bI} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bR} \\ D_3^{(a)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{cI} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{cR} \\ D_3^{(a)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{cI} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{cR} \\ D_4^{(a)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_d \\ D_4^{(a)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1^{(b)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_b \\ D_1^{(b)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_b \\ D_2^{(b)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bI} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bR} \\ D_2^{(b)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bI} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{bR} \\ D_3^{(b)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{cI} \\ D_3^{(b)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_{cI} \\ D_4^{(b)}(\pi^+) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_d \\ D_4^{(b)}(\pi^-) &= (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\lambda) V_d \end{aligned}$$

Alle Verteilungen sind so normiert, daß $\sum_k \mathcal{D}_p^{(j)}(\pi^k) = (1+\lambda) V_j$
(p - alle möglichen Reaktionen und k alle möglichen
Pionen für einen bestimmten Typ j. $V_t = V_j I + V_{jR}$
bzw. $V_t = V_j$)

Wenn wir jetzt eine bestimmte Pion-Impulsverteilung
haben wollen, müssen wir jedes dieser $\mathcal{D}_p^{(j)}(\pi^k)$ (π^k)
mit der normierten relativen Wahrscheinlichkeit (R_p)
multiplizieren und summieren. Man muß hier betonen,
daß auf der Basis des statistischen Modells von Inter-
ferenzen nicht die Rede sein kann, da dort die Isobaren
als physikalisch existierende Teilchen betrachtet werden.
Allgemein können wir unsere Verteilungen dann schreiben:

$$V_p(\pi^k) = w_1^k V_{1I} + w_1^k V_{1R} + w_2^k V_{2I} + w_2^k V_{2R} + w_3^k V_{3I} + w_3^k V_{3R}$$

mit $\sum_k w_i^k = 1$

Wir haben auf diese Weise die Impulsverteilungen für
alle Pionen aus den Reaktionen (1) und (2) ausgerechnet.
In den Abbildungen 4, 5, 7 und 8, sind diese Verteilun-
gen mit B bezeichnet.

Diskussion

Die Abbildungen 4 und 5 zeigen, daß das statistische
Modell mit Berücksichtigung der Kanäle (b), (c), (d)
die experimentell gefundenen Impulsverteilungen der
Pionen gut beschreibt (Kurve B). Man sieht jedoch,
(Kurven A), daß die experimentellen Ergebnisse auch
dann noch gut interpretiert sind, wenn man zur Beschrei-
bung der Reaktion (2) nur den Kanal (b), also das
Pion-Nukleon-Isobar im Zustand (3/2, 3/2), heranzieht.
Man kann daraus schließen, daß dieser Zustand in der
Reaktion (2) eine überwiegende Rolle spielt.

Aus Abbildung 7 sieht man, daß Reaktion (1) nicht ohne
weiteres mit dem gleichen Modell wie Reaktion (2) ver-
standen werden kann. Bessere Übereinstimmung mit dem
Experiment ließe sich nur erzielen, wenn man annähme,
daß die meisten Pionen aus dem Isobarzerfall entgegen
der Flugrichtung des Isobars emittiert werden. Diese
Zerfallsunsymmetrie läßt sich physikalisch jedoch nicht

rechtfertigen. Das Isobar (b) hat nämlich Spin $3/2$ und positive Parität, d.h., das System der zerfallenden Teilchen kann nur im P oder D Zustand sein. Nimmt man Paritätserhaltung für den Isobaren-Zerfall sowie gerade Parität für das Proton bzw. ungerade Parität für das Pion an, so folgt, daß das System im P-Zustand sein muß, d.h. man müßte eine zu $\frac{1}{4}$ symmetrische Winkelverteilung beobachten. Auch ein Versuch mit nicht zentralen Stößen (sofern es bei unseren niedrigen Energien überhaupt sinnvoll ist, von nicht zentralen Stößen zu sprechen) konnte keine bessere Übereinstimmung der Kurve mit dem Experiment erzielen. Unsere experimentelle Verteilung ließe sich dagegen mit einem Isobar im Zustand $(3/2, 1/2)$ erklären, allerdings nur unter der Voraussetzung, daß dieses Isobar im Vergleich zu den übrigen Kanälen eine überwiegende Rolle spielt. Diese Voraussetzung stünde im Widerspruch zu anderen Experimenten. Auch die Tatsache, daß wir eben auf Grund des statistischen Modells die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Isobaren nur mit statistischen Gewichten belegt haben, ist eher eine Begünstigung des $(3/2, 1/2)$ -Isobars. Hätte man stattdessen die gemessenen totalen Wirkungsquerschnitte für die Isobaren als Gewichte verwendet, so könnte man a fortiori den $(3/2, 1/2)$ Zustand vernachlässigen, da das Maximum der $(3/2, 3/2)$ Resonanz fünfmal größer ist, als das der $(3/2, 1/2)$ Resonanz. Trotzdem sollte unserer Meinung nach die Annahme konstanter Übergangsmatrixelemente und die statistische Abschätzung der energetisch möglichen Endzustände nicht zu völlig falschen Ergebnissen führen.

Dagegen scheint es uns nicht vertretbar zu sein, die verschiedenen Kanäle zur Pion-erzeugung in der statistischen Beschreibung als reelle Teilchen zu behandeln. Dies trifft besonders für den Energiebereich zu, in dem unser Experiment durchgeführt wurde. Hier ist nämlich die Stoßzeit länger als die Lebensdauer des "Isobar-Gebildes", die man ja aus der Resonanzbreite des Zustandes abschätzen kann. Man müßte dann also die im ursprünglichen Statistischen Modell grundlegende Annahme

keiner Wechselwirkung im Endzustand fallen lassen und hätte die Möglichkeit, die gemessenen Daten mit Interferenzen zwischen den im Endzustand anwesenden Einzelzuständen besser zu erklären.

Obwohl der Erzeugungsprozess als Einschaltvorgang in sich noch sehr kompliziert ist, könnte man mit einem so einfachen Modell dann trotzdem nützliche Informationen über die Mesonenerzeugung gewinnen. Es wäre interessant, die Grenzen dieses Modells bei höheren Energien zu untersuchen, soweit dort eine eindeutige experimentelle Klassifizierung einzelner Stöße über ihre Kinematik noch möglich ist. Es soll schließlich bemerkt werden, daß, auch wenn eine richtige Wechselwirkungstheorie gefunden sein wird, zur Beschreibung von Vielteilchenproblemen das statistische Modell wohl noch lange angewendet werden muß, da eine explizite Beschreibung von Vielteilchenproblemen im Rahmen einer solchen Theorie mathematisch außerordentlich mühsam sein wird.

Sternheimer-Lindenbaum-Modell ¹³⁾

Dieses Modell (/L.S./) ist im wesentlichen ein statistisches Modell mit einigen phänomenologischen Modifikationen. Es wird dabei angenommen, daß Kanal (b) eine überwiegende Rolle spielt, sodaß man andere Kanäle vernachlässigen kann. Wir haben Kurven für 1 GeV Primärenergie auf Grund dieses Modelles ausgerechnet. Den Parameter λ ($= 5 \cdot 10^{-13}$) haben wir nach Formel (4) (siehe früherer Paragraph) berechnet und φ aus unserem experimentellen Verhältnis R ($= \frac{11}{12}$) bestimmt; es ergab sich $\varphi = 95,3$. (Die Berechnung von λ, φ durch Anpassung der theoretischen Kurven an die experimentellen Werte ergibt das unphysikalische Resultat $\lambda < 0$ weit außerhalb der Fehlergrenzen).

Kurven A in Abb. (4 - 8) stellen die Resultate dieses Modelles dar. Wie schon gesagt wurde, führt das statistische Modell mit nur Kanal (b) zum gleichen Ergebnis. Wie man sieht, hat das überwiegende Auftreten des (5/2, 3/2) Isobars zwei charakteristische Maxima zur Folge. Bei unseren Experimenten kommt bei der Erzeugung eines geladenen

Pions (Reaktion 2) dieses große Gewicht der $(3/2, 3/2)$ Resonanz deutlich zum Ausdruck. Das ist jedoch nicht der Fall bei der Erzeugung eines neutralen Pions (Reaktion 1). Daraus kann man folgern, daß die anderen Kanäle nicht ausgeschlossen werden dürfen.

Effekte der Pion-Pion-Wechselwirkung

Wie schon im vorigen Paragraphen betont wurde, kann man in unserem Fall die Erzeugung eines geladenen Pions gut erklären mit der Annahme, daß der Prozess nur über das $(3/2, 3/2)$ Isobar stattfindet. Die Existenz eines reinen $T = 3/2$ -Zustandes bei den auslaufenden Teilchen ($\pi^- n$) in Reaktion (2) macht die Wirkung des $(3/2, 3/2)$ Isobars so überwiegend, daß Interferenzen und Einflüsse von anderen Zuständen vernachlässigt werden können. So sind die Annahmen des statistischen Modells ausreichend. Das zeigt sich auch darin, daß das / L. S. /-Modell (Kurven A in Abb. 4 - 8) im wesentlichen die gleichen Resultate wie das statistische Modell liefert (die Kurven sind sogar identisch, wenn man Kanäle (a), (c) und (d) vernachlässigt). Bei der Erzeugung des neutralen Pions gibt es diesen reinen $3/2$ Isospin-Zustand nicht. Aus diesem Grunde ist die Reaktion (1) geeignet, die Einflüsse der anderen Kanäle zu untersuchen. Es ist deutlich, daß bei dieser Reaktion die oben berechneten Impulsverteilungen nicht mit den gemessenen Verteilungen übereinstimmen. Das zeigt, daß hier kein Teilzustand einen überwiegenden Einfluß hat, sondern daß durch Interferenzen der ganze Prozess weitgehend unüberschaubar und kompliziert wird. Trotzdem wurden in der kürzlich erschienenen Arbeit ¹⁴⁾ (/ B.S. /) in Übereinstimmung mit der Chew-Theorie über "Peripheriestöße", theoretische Voraussagen für den Fall gemacht, daß im Prozess der Pion-erzeugung u.a. auch eine Pion-Pion-Wechselwirkung vorhanden ist. Wenn eine Pion-Pion-Wechselwirkung existiert, dann sollten beim Pion-Nukleon-Stoß die Pionen mit größerem Stoßparameter nur mit virtuellen Pionen aus der Pion-Wolke wechselwirken, der ganze Prozess kann dann als Pion-Pion-Stoß betrachtet und durch das folgende Feynman-Diagramm dargestellt werden:



Wegen der kleinen Impulsübertragung auf das Nukleon ist ein scharfes Maximum bei niedrigen Energien in der Energie-Verteilung der Nukleonen im Laborsystem zu erwarten. Wir haben für 1 GeV diese Verteilung mit dem alten statistischen Modell, dem /L.S./Modell und / B.S. / Modell ausgerechnet, was mehr oder weniger eine direkte Erzeugung oder Erzeugung über Isobar- $(3/2, 3/2)$ - bzw. Pion-Pion-Wechselwirkung bedeutet. Die Kurve A in Abb. 14 stellt die den beiden zuerst- genannten Erzeugungsprozessen entsprechenden Verteilungen dar (beide Verteilungen sind praktisch identisch). Die Kurve B gibt die Voraussagen des / B.S. / Modells. Das charakteristische Maximum für die Pion-Pion-Wechselwirkung ist experimentell sehr deutlich zu sehen. Diese Tatsache spricht für eine Pion-Pion-Wechselwirkung und zeigt auch, daß im Prozess (1) kein Kanal überwiegt.

Durch Normalisierung der Kurve B auf die Fläche des experimentellen Histogramms ist es möglich den Mittelwert des Wirkungsquerschnittes für $(\pi^+\pi^-)$ -Wechselwirkung auszurechnen:

$$\bar{\sigma} \approx 30 \text{ mb}$$

Dieser Wert gibt natürlich nur eine Größenordnung an.

Pion-Pion-Resonanz-Wechselwirkung.

Nimmt man die Existenz der Pion-Pion-Wechselwirkung an, so kann man noch fragen, ob die Wechselwirkung auch einen Resonanzcharakter besitzt. Wenn das der Fall wäre, konnte man erwarten, daß der Prozess der Pionerzeugung durch einen Zwischenzustand ($\pi\pi$ jedoch kein Teilchen) geht:



Es wäre dann ein Maximum in der Energieverteilung der Protonen im Schwerpunktsystem an einer von der Masse des Isobars abhängigen Stelle zu erwarten. Möglicherweise sind die beiden Maxima in Abb. 9 keine statistischen Schwankungen sondern auf eine solche Resonanz zurückzuführen. Da aber auch andere Kanäle ein ähnliches Maximum liefern (s. Abb. 6), ist der Effekt verfälscht. Wir wählten darum in der Hoffnung auf ein klareres Resultat nur die Protonen aus der Umgebung (0 - 190 Mev) des Maximum in Abb. 14 aus, weil genau diese den Einfluss der Pion-Pion-Wechselwirkung darstellen. Unsere Abb. 15 zeigt das Spektrum der so ausgewählten Protonen nach der Transformation ins Schwerpunktsystem. Wenn das Maximum um 60 Mev keine statistische Schwankung ist, dann ergibt sich für die Energie des Resonanzzustandes: $m_{\pi} \approx 4.7 m_{\pi}$ wobei m_{π} die Pionmasse ist. Dieser Wert für die Resonanzenergie ist interessant, weil es ein experimenteller Wert ist. Die bis jetzt angegebenen Werte waren mehr oder weniger theoretisch willkürlich. Unsere m_{π} ist größer als ⁷⁾ vorsieht und in völliger Übereinstimmung mit ¹⁷⁾.

Welchen Einfluß auf die Pion-Impulsverteilung die Pion-Pion-Wechselwirkung hat, ist eine kompliziertere theoretische Frage. In jedem Falle ergibt sich allein schon durch Betrachten der Clebsch-Gordan-Koeffizienten, daß die π^- zu den Reaktionen (1) und (2) aus dem Nukleon-Isobarzerfall kommen, wenn der Prozess der Pionerzeugung immer durch Pion-Pion-Wechselwirkung im Zustand T=1 verläuft. Das zeigen auch unsere Experimente. Eine überwiegende Rolle, ähnlich dem (3/2, 3/2) Isobar in Reaktion (1), kann dieser Zustand nicht spielen. Aus früheren Überlegungen geht nämlich hervor, daß dieser Kanal für alle Pionen dieselbe Verteilung liefert (siehe auch Abb. 15), was experimentell nicht festgestellt werden konnte (Abb. 7 und 8).

Zusammenfassung

Abschließend wollen wir einige Punkte aus unserer Analyse als wesentliche Ergebnisse betonen: Bei Pion-Erzeugungsprozessen haben mehrere Resonanzwechselwirkungen einen starken Einfluß auf das Erscheinungsbild. Trotzdem ist eine Betrachtung dieser Resonanzzustände als reelle Teilchen nicht erlaubt. Es sieht so aus, als ob der Einfluß des $(3/2, 3/2)$ -Zustandes dabei stark im Vordergrund steht, und in keinem Modell vernachlässigbar ist. Effekte der Pion-Pion-Wechselwirkung sind experimentell evident. Ob es sich dabei um eine Pion-Pion-Resonanzwechselwirkung handelt, geht aus unserem Experiment nicht eindeutig hervor. Anzeichen dafür sind jedoch vorhanden. Der Einfluß des $(3/2, 1/2)$ Zustandes ist ziemlich schwer abzuschätzen. Die experimentellen Maxima der Pionen-Impulsverteilungen könnte man bei einer Beschränkung auf allein dieses Isobar gut erklären, wie man leicht aus den Kurven V_{CR} und V_{CI} (Abb. 13) ersieht. Trotzdem zeigte sich, daß diese Beschränkung physikalisch nicht vertretbar ist, erstens weil sogar im Rahmen des statistischen Modells die relative Wahrscheinlichkeit für diesen Kanal sehr klein ist (0,09), zweitens weil das gemessene Resonanzmaximum für den $(3/2, 1/2)$ -Zustand fast fünf mal kleiner ist, als das für $(3/2, 3/2)$ -Resonanz. Abgesehen von dieser unphysikalischen Beschränkung zeigen unsere Experimente keinen merklichen Einfluß des $(3/2, 1/2)$ -Isobars.

Das statistische Modell ist unserer Meinung nach ein sehr naives Bild von der Wirklichkeit; solange eine bessere Theorie noch aussteht, kann es jedoch sehr nützlich sein, besonders bei höheren Energien und bei Berücksichtigung nicht zentraler Stöße.

Unserer Ansicht nach müßte ein Diagramm



die experimentellen Ergebnisse für die Pion-Erzeugung bei 1 GeV gut beschreiben. Die Rechnungen hierzu liegen aber außerhalb dessen, was in dieser Arbeit behandelt werden sollte.

Anhang I

Relativistische Transformationen

a) Transformation der kinematischen Größen vom Labor- ins Schwerpunktsystem. (ohne Balken: Größe im Laborsystem; mit Balken im Schwerpunktsystem)

Das einfallende Pion bewegt sich in der x-Richtung des kartesischen Koordinatensystems, mit dem Impuls $\vec{p}_x$. Es trifft das Proton mit dem Impuls $\vec{p} = 0$. Die Lorentz-Transformation für die Komponenten eines Vierervektors (F_x) in Bewegungsrichtung ist:

$$(1) \quad F_x = \frac{F'_x + \frac{v}{c} F'_t}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \quad \text{und die Zeitkomponente: } F_t = \frac{F'_t + \frac{v}{c} F'_x}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

v ist die relative Geschwindigkeit zwischen den beiden Systemen. Der Impuls-Vierervektor ist gegeben durch:

$$P = (P_x, P_y, P_z, \frac{E}{c})$$

Aus (1) folgt:

$$\bar{P}_x = \frac{P_x - \frac{v}{c} E/c}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}; \quad \bar{P}_y = P_y; \quad \bar{P}_z = P_z; \quad \bar{E} = \frac{E - \frac{v}{c} P_x}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

$$\text{d.h.} \quad \bar{P}^2 = \bar{P}_x^2 + \bar{P}_y^2 + \bar{P}_z^2 = p^2 \sin^2 \theta + \frac{(p \cos \theta - \frac{v}{c} \frac{E}{c})^2}{1 - (\frac{v}{c})^2}$$

$$\text{wo} \quad \cos \theta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{P}'}{P \cdot P'}$$

Also:

$$(2) \quad \bar{E} = \frac{E - v p \cos \theta}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

$$(3) \quad \bar{P} = \sqrt{p^2 \sin^2 \theta + \frac{(p \cos \theta - \frac{v}{c} \frac{E}{c})^2}{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

Aus der Definition des Schwerpunktsystems haben wir:

$$\frac{\dot{\vec{p}}_1}{E_1} + \frac{\dot{\vec{p}}_2}{E_2} = 0 = \frac{\dot{\vec{p}}_1 - \gamma \frac{\vec{p}_1}{c}}{\sqrt{1 - (\gamma)^2}} + \frac{-\gamma \frac{\vec{p}_2}{c}}{\sqrt{1 - (\gamma)^2}}$$

und
$$v = \frac{c^2 \vec{p}}{E_1 + E_2}$$

In unserem Fall: $E_1 + E_2 = 2088 \text{ Mev}$; $\frac{v}{c} = 0,5455$ und $p = 610 \text{ Mev/c}$ für elastische Ereignisse.

$$(4) \quad \tan \bar{\theta} = \frac{\sqrt{\vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2}}{\vec{p}_1} = \sqrt{1 - (\gamma)^2} \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \gamma \frac{E}{E_p}} = \sqrt{1 - (\gamma)^2} \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \frac{\gamma}{u}}$$

$$\frac{m_p u}{\sqrt{1 - (\gamma)^2}} = p \implies u = \frac{pc^2}{E}$$

b) Transformation einer Verteilung:

$$W(p, \eta, \varphi) dp d\eta dp = N \{ \bar{p}(p, \eta), \bar{\eta}(p, \eta), \bar{\varphi}(p, \eta) \} \int dp d\eta dp$$

$\eta = \cos \theta$; φ = Azimut und $\int$ ist die Funktionaldeterminante:

$$\int = \frac{\partial(\bar{p}, \bar{\eta}, \bar{\varphi})}{\partial(p, \eta, \varphi)}$$

Mit $d\bar{\varphi} = d\varphi$ erhalten wir aus (2) und (3):
$$\int = \frac{\bar{E} p^2}{E p^2}$$

Uns interessiert speziell die Transformation einer Impulsverteilung vom Isobarenschwerpunktsystem (Große mit Stern) zum Pion-Proton-Schwerpunktsystem. Wir benutzen die Bezeichnung: $\gamma = [1 - v^2]^{-1/2}$, $c = 1$, (v Geschwindigkeit des Isobars im Pion-Proton-Schwerpunktsystem).

Allgemein können wir schreiben:

$$W(p) dp = \int_{\eta=0}^1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} W(\eta, \varphi) \delta(\vec{p}(\eta, \varphi) - \vec{p}^*) \frac{E^* p^2}{E p^2} d\eta d\varphi dp$$

Die δ -Funktion berücksichtigt die Impulserhaltung.
Da wir uns nur für die Impulsverteilung interessieren,
integrieren wir über die anderen Variablen.

Aus der Umschreibung: $\int \delta[x(x)] dx = \int \delta[x(x)] \frac{dx}{dx} dx =$

$$= \left(\frac{dx}{dx} \right)_{x(x)=0} = \frac{1}{\left| \left(\frac{dx}{dx} \right)_{x(x)=0} \right|} \quad \text{mit}$$

$$x(x) = 0, \text{ folgt: } \int \delta[x(x)] dx = \int \frac{1}{\left| \frac{dx}{dx} \right|} \delta(x-x_0) dx$$

Auf Grund unserer Annahme von Isotropie ($V(q^*) = \text{const.}$)
und der obigen Umschreibung können wir für die Pion-
Verteilung im Schwerpunktsystem schreiben:

$$W(p) dp = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \text{const.} \frac{1}{\left| \frac{dp}{d\eta} \right|} \delta(\eta - \eta_0) \frac{E^* p^*}{E p^*} d\eta d\varphi dp$$

aus (3): $\frac{dp^*}{d\eta} = -\frac{1}{\gamma} p^* v (E - p v \cos \theta)$ mit Berücksichtigung von (2) ergibt sich:

$$W(p) dp = \text{const.} \frac{p dp}{\gamma v p^* E}$$

Das Maximum der Impulsgröße liegt bei $\theta = \theta^* = 0$, das
Minimum bei $\theta = \theta^* = \pi$ (θ^* ist der Winkel zwischen
Bewegungsrichtung des Isobars und der des Zerfalls-Pions.)

Aus (3) [nur $p = f(p^*, \eta^*)$, was einfach bedeutet $p \rightarrow p^*$,
 $\theta \rightarrow \theta^*$, $v \rightarrow -v$] folgen die Grenzen für p im Schwerpunkt-
system:

$$\gamma |p^* - v E_r^*| \leq p \leq \gamma |p^* + v E_r^*|$$

Für das Pion-Pion-Isobar (Analog für andere Isobare)
können wir alle erforderlichen Größen leicht ausrechnen.

$$v = \frac{p_{\pi} / m_{\pi}}{\sqrt{1 + (p_{\pi} / m_{\pi})^2}} ; \quad \gamma = \frac{E_{\pi}}{m_{\pi} \sqrt{1 + (p_{\pi} / m_{\pi})^2}}$$

$p = \sqrt{\frac{(E^2 - m_p^2 - m_\pi^2)^2}{4 E^2}} - m_\pi$, wobei E_0 Gesamtenergie im Schwerpunktsystem, m_p Masse des Protons und m_π des Pion-Pion-Isobars bedeutet.

$$p^* = \sqrt{\frac{m_p^2}{4} - m_\pi^2} \quad ; \quad E^* = \sqrt{p^{*2} + m_\pi^2}$$

Anhang II

Wir stellen kurz die Methode zur Berechnung der Verteilung der Ladung auf die Reaktionsprodukte im π^+p -Prozess dar.

Unser Anfangszustand ist eine Überlagerung der beiden Isozustände $T = 3/2$ und $T = 1/2$:

$$|A\rangle = \sqrt{1/3} \left| 3/2, -1/2 \right\rangle + \sqrt{2/3} \left| 1/2, -1/2 \right\rangle$$

Das Ergebnis der Wechselwirkung kann eine elastische Streuung, ein Ladungsaustausch, eine Pion-Erzeugung oder andere inelastische Prozesse sein. Es sei A'_{2T} das Matrixelement der Übergangsmatrix S , die den Übergang vom Anfangszustand in einen Endzustand mit einem erzeugten Pion für den Isospin T darstellt. Der Teil des Endzustandes, der ein System aus zwei Pionen und einem Nukleon beschreibt, lautet:

$$|E\rangle = \sqrt{1/3} \cdot A'_1 \cdot \left| 3/2, -1/2 \right\rangle + \sqrt{2/3} \cdot A'_2 \left| 1/2, -1/2 \right\rangle$$

A'_1 und A'_2 sind komplexe Größen, die wir in der Form $|A| \cdot e^{i\varphi}$ schreiben können, d.h. es ist:

$$|E\rangle = \sqrt{1/3} |A'_1| \cdot e^{i\varphi_1} \left| 3/2, -1/2 \right\rangle + \sqrt{2/3} |A'_2| e^{i\varphi_2} \left| 1/2, -1/2 \right\rangle$$

dividieren wir durch: $\sqrt{2/3} |A'_2| \cdot e^{i\varphi_2}$ folgt:

$$|E\rangle \propto \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|A'_1|}{|A'_2|} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

Weiter können wir in guter Annäherung bei 1 GeV setzen:

$$\frac{|R_1|}{|R_2|} = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \approx \sqrt{\frac{\sigma_{\text{el}}}{\sigma_{\text{in}}}}$$

Setzen wir $\lambda = 1/2$ und $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, bekommen

$$(1) |E\rangle \propto |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + \lambda^{\frac{1}{2}} e^{i\varphi} |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

Wir haben $|T, T_3\rangle$ als Eigenfunktion des Isospinoperators T^2 und seiner Projektion T_3 mit den Eigenwerten $T(T+1)$ bzw. T_3 . Wir betrachten ein System, daß aus zwei Untersystemen mit den Isotopen-Spins T' und T'' besteht. Wollen wir die Eigenfunktion des Systems T finden, (T ermittelt sich aus T' und T'' durch Vektoraddition,) dann müssen wir die sog. Clebsch-Gordan Zerlegung machen:

$$|T, T_3\rangle = \sum_{T'_3, T''_3} \langle T', T'_3, T'', T''_3 | T, T_3 \rangle |T', T'_3\rangle |T'', T''_3\rangle$$

$\langle T', T'_3, T'', T''_3 | T, T_3 \rangle$ sind tabellierte Clebsch-Gordan-Koeffizienten und $T_3 = T'_3 + T''_3$.

Für die uns interessierenden Fälle können wir aus folgender Tabelle ¹⁵⁾ alle Koeffizienten ausrechnen:

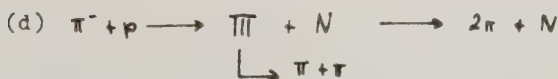
$T \backslash T_3$	1	0	-1
$T''+1$	$\sqrt{\frac{(T+T_3-1)(T+T_3)}{(2T-1)2T}}$	$\sqrt{\frac{2(T-T_3)(T+T_3)}{(2T-1)2T}}$	$\sqrt{\frac{(T-T_3-1)(T-T_3)}{(2T-1)2T}}$
T''	$\sqrt{\frac{2(T+T_3)(T-T_3+1)}{2T(2T+2)}} - \frac{2T_3}{\sqrt{2T(2T+2)}}$	$\frac{2T_3}{\sqrt{2T(2T+2)}}$	$\sqrt{\frac{2(T-T_3)(T+T_3+1)}{2T(2T+2)}}$
$T''-1$	$\sqrt{\frac{(T-T_3+1)(T-T_3+2)}{(2T+2)(2T+3)}}$	$\sqrt{\frac{2(T-T_3+1)(T+T_3+1)}{(2T+2)(2T+3)}}$	$\sqrt{\frac{(T+T_3+2)(T+T_3+1)}{(2T+2)(2T+3)}}$

Es ist nun physikalisch sinnvoll, anzunehmen, daß der Prozess durch einen Zwischenzustand (Isobar) geht, welcher

$$(2) |T, T_3\rangle = \sum c_i |I\rangle |R\rangle$$
$$|I\rangle = \sum_i c_i |1\rangle_i |2\rangle_i$$
$$|T, T_3\rangle = \sum c_i \left(\sum_j c'_j |1\rangle_j |2\rangle_j \right) |R\rangle$$
$$|E\rangle = \sum (c_i + \lambda^1 e^{i\varphi} c'_i) |1\rangle, |2\rangle, |R\rangle,$$

Damit können wir für unsere zwei neu eingeführten Isobare konkrete Aussagen machen (für den Kanal (a) und (b) siehe 13, 16).

$$(c) \quad \pi^- + p \longrightarrow N^{*+} + \pi \longrightarrow 2\pi + N$$

 $\qquad\qquad\qquad \downarrow$
 $\qquad\qquad\qquad \pi + N$ 

$$(c) \quad T = 1/2; \quad (d) \quad T = 1$$

(c)

$$\begin{aligned} |T, T_3\rangle &= |\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}} |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle |1, -1\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}} |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |1, 0\rangle \\ &\quad - |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{3}{2}\rangle = -\sqrt{\tfrac{1}{3}} |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle |1, -1\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}} |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |1, 0\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |T', T'_3\rangle &= |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle = -\sqrt{\tfrac{1}{3}} |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle |1, 0\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}} |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |1, 1\rangle \\ &= |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = -\sqrt{\tfrac{2}{3}} |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle |1, -1\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}} |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |1, 0\rangle \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} |T, T_3\rangle &= |\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}} |1, -1\rangle |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}} |1, 0\rangle |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle \\ &= |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}} |1, 0\rangle |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}} |1, -1\rangle |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |T', T'_3\rangle &= |1, 0\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}} |1, -1\rangle |1, 1\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{2}} |1, 1\rangle |1, -1\rangle \\ &= |1, -1\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}} |1, -1\rangle |1, 0\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{2}} |1, 0\rangle |1, 1\rangle \end{aligned}$$

Ich danke Herrn Professor W. Heisenberg für die freundliche Aufnahme im Max-Planck-Institut für Physik und Herrn Dr. Gottstein für die Anregung zu dieser Arbeit und sein ständiges Interesse an ihrem Fortgang. Herrn Dr. Hagedorn und Herrn Dr. Selner bin ich für viele klärende Aussprachen zu Dank verpflichtet. Ganz besonders danken muß ich meinen Kollegen Herrn Dipl.-Phys. Lütjens und Herrn Dipl.-Phys. Schmitz. Herrn Dr. L. W. Alvarez, Berkeley, möchte ich für die Überlassung der Blasenkammerfilme und der Alexander-von-Humboldt-Stiftung für ein Jahres-Stipendium danken.

Literaturangaben:

- 1) P. Bassi, A. Loria, J.A. Meyer, P. Mittner and I. Scotoni, N. C. 5, 1729 (1957)
- 2) V. Borelli, P. Franzini, I. Mannelli, A. Minguzzi-Ranzi, R. Santangelo, F. Saporetto, V. Silvestrini, P. Waloschek and V. Zoboli, N. C. 10, 525 (1958)
- 3) P. M. S. Blackett: Suppl. N.C. 11, 264 (1954)
- 4) R. M. Sternheimer, Phys. Rev. 93, 642 (1954)
- 5) Intern Cern Rapport: Cerulus & R. Hagedorn (1959)
- 6) Annual Int. Conf. on High En. Phys. at Cern, p. 87 (1958)
- 7) W. R. Frazer and Jose R. Fulco, Phys. Rev. Lett., 2, 365 (1959)
- 8) V. S. Barašnikov and B. M. Barbašev: N. C. Suppl. 7, 19 (1957)
Y. Yeivin and A. de Shalit: N.C. 1, 1146 (1955)
- 9) F. Cerulus and R. Hagedorn: N. C. Suppl. 9, 646 (1958)
- 10) M. W. Block: Phys. Rev. 101, 796 (1956)
- 11) Ronaldt F. Peierls: High Resonances in Pion-Nucleon Interactions, U C R I- 8847, (1959)
- 12) E. Fermi, Progr. Theor. Phys. 5, 570 (1950)
- 13) R. M. Sternheimer and S. J. Lindenbaum: Phys. Rev. 109, 1723 (1958)
- 14) F. Bonsignori and F. Selleri, N. C. 15, 465 (1960)
- 15) B. J. Sears and M. G. Radke: Algebraic Tables of Clebsch-Gordon Coefficients T P I + 75 -- A E C L - 746 (1954)
- 16) S. Z. Belenkij, V. M. Maksimenko, A. I. Nikišov I. L. Rosental Uspechi fizičeskich Nauk 62, 1 (1957)
- 17) I. Bowcock, W. N. Cottingham and D. Lurič, N. C. (Im Druck)

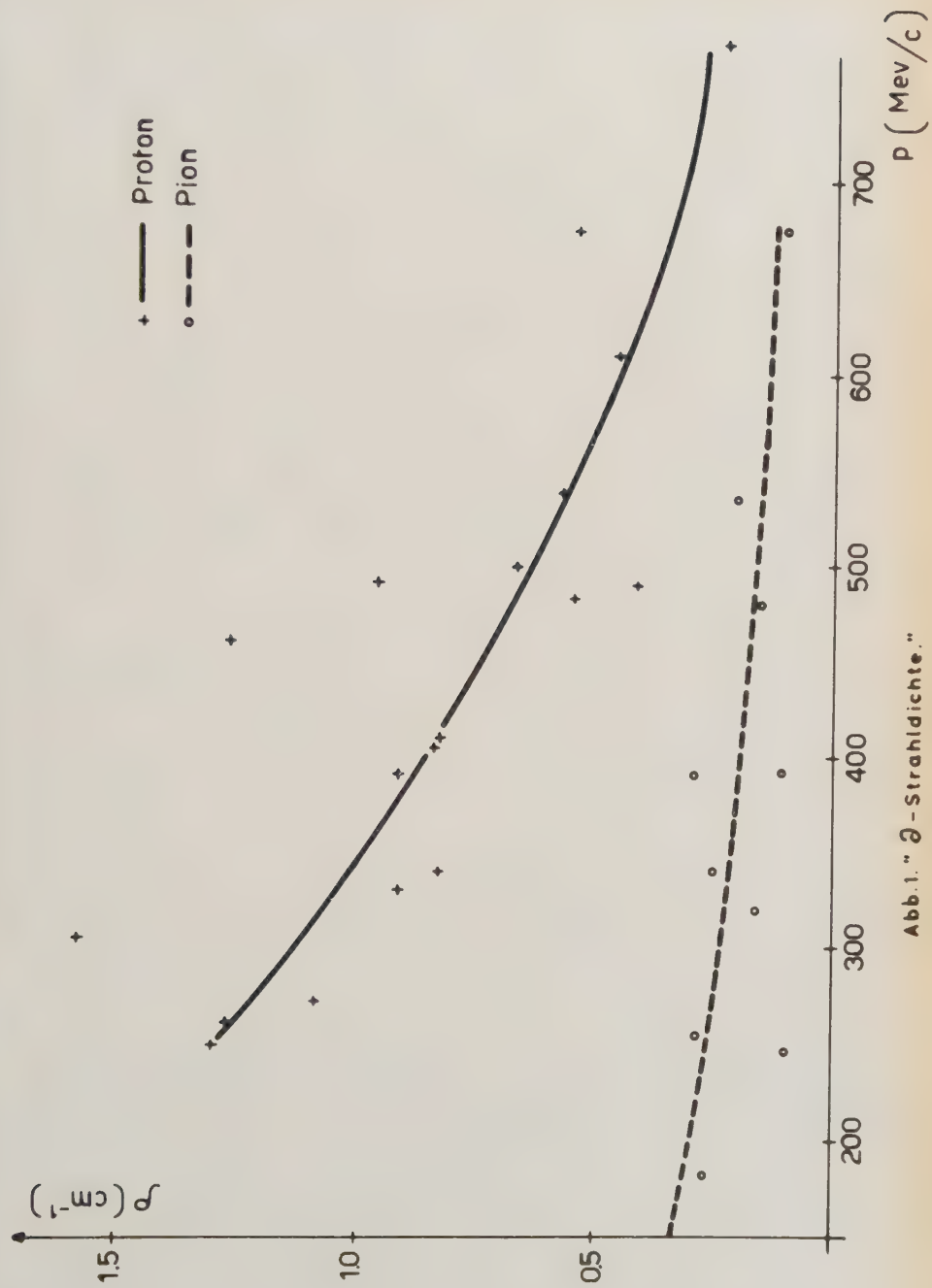


Abb. 1. " ∂ - Strahlendichte. "

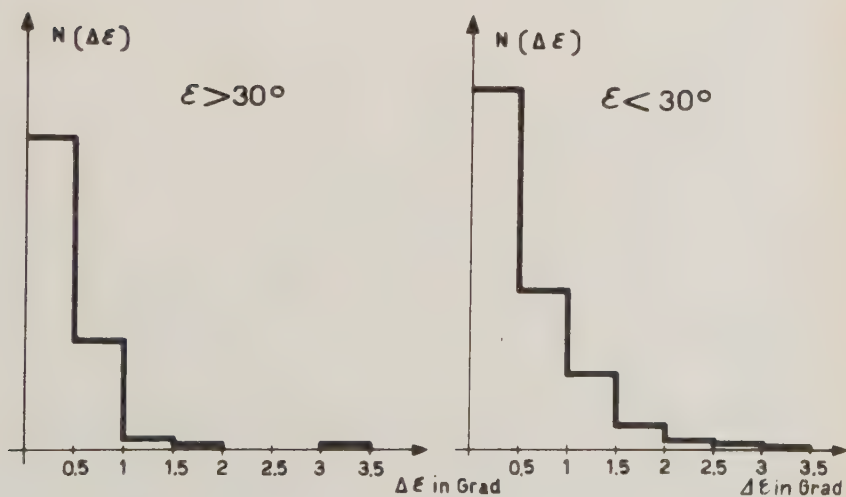
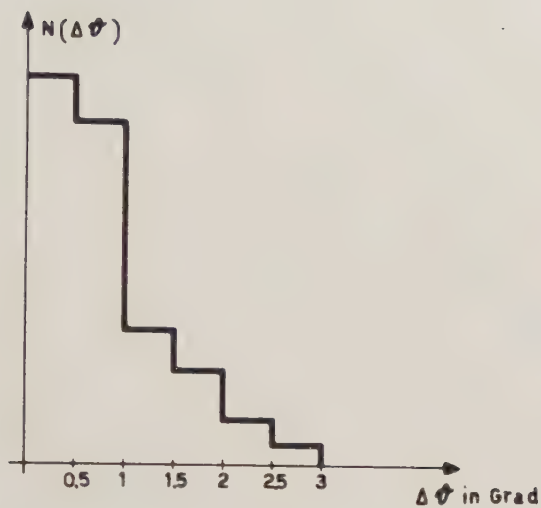


Abb.2. Häufigkeit der Fehler $\Delta\vartheta$ im Streuwinkel und $\Delta\epsilon$ im Neigungswinkel.

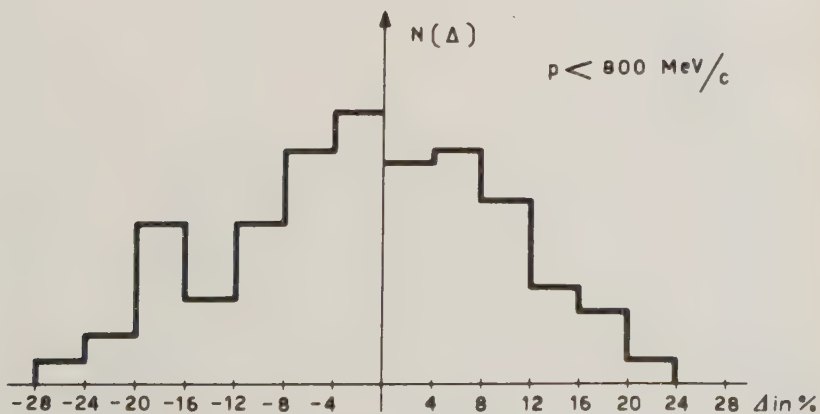
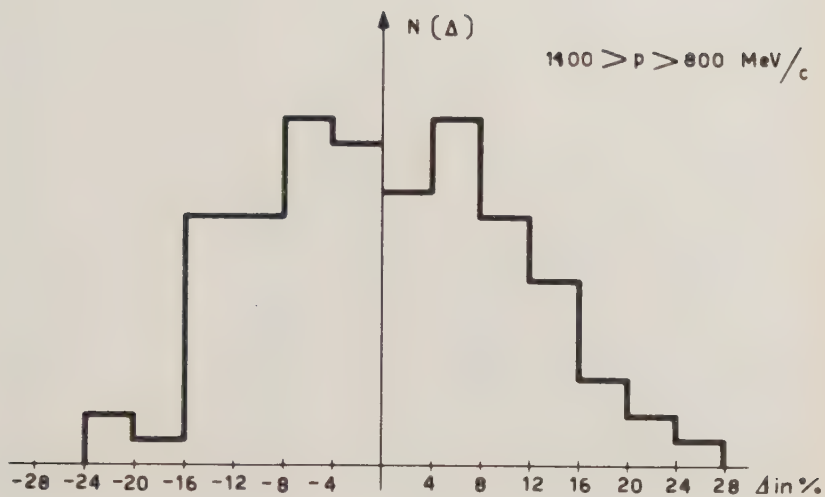


Abb.3. Impulsfehler Δ .

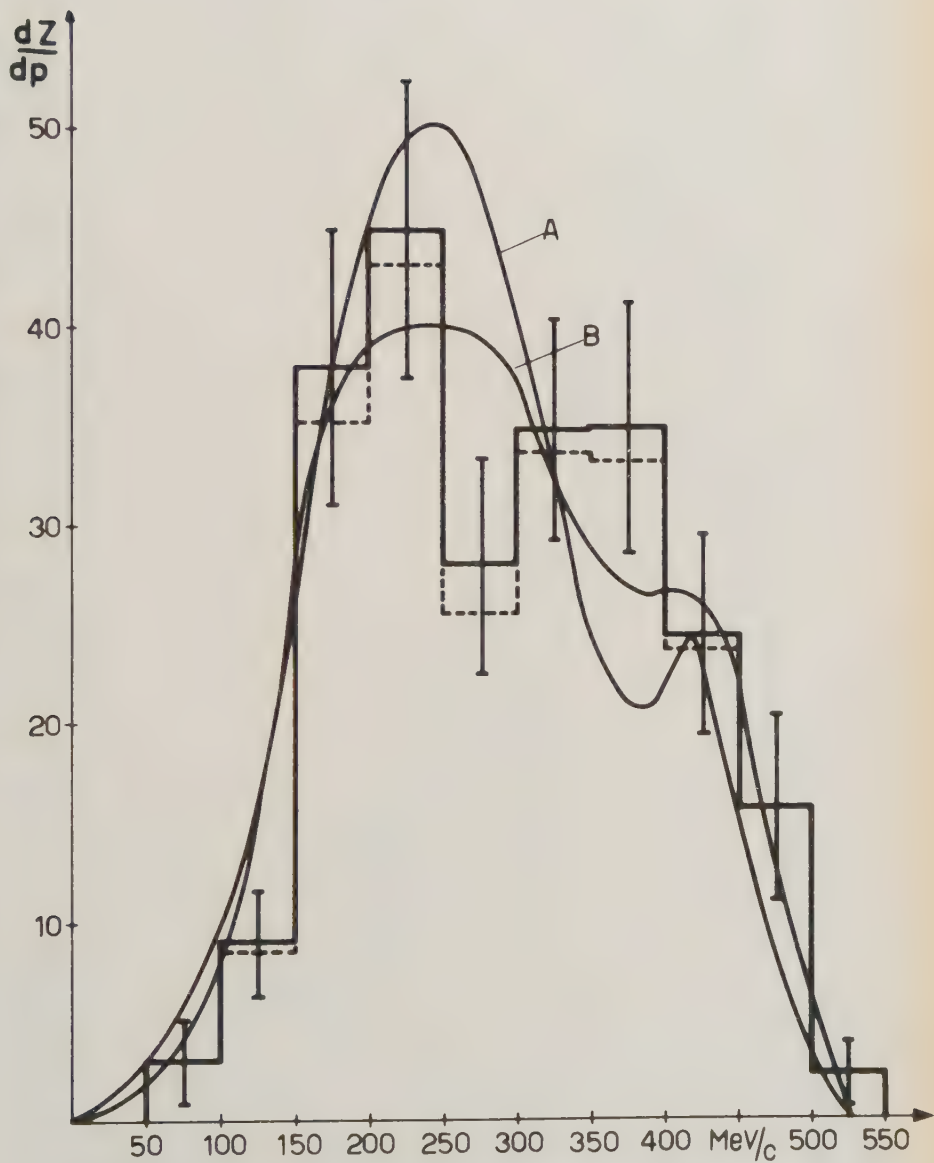


Abb. 4. Impulsverteilung der π^- aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ im Schwerpunktsystem.

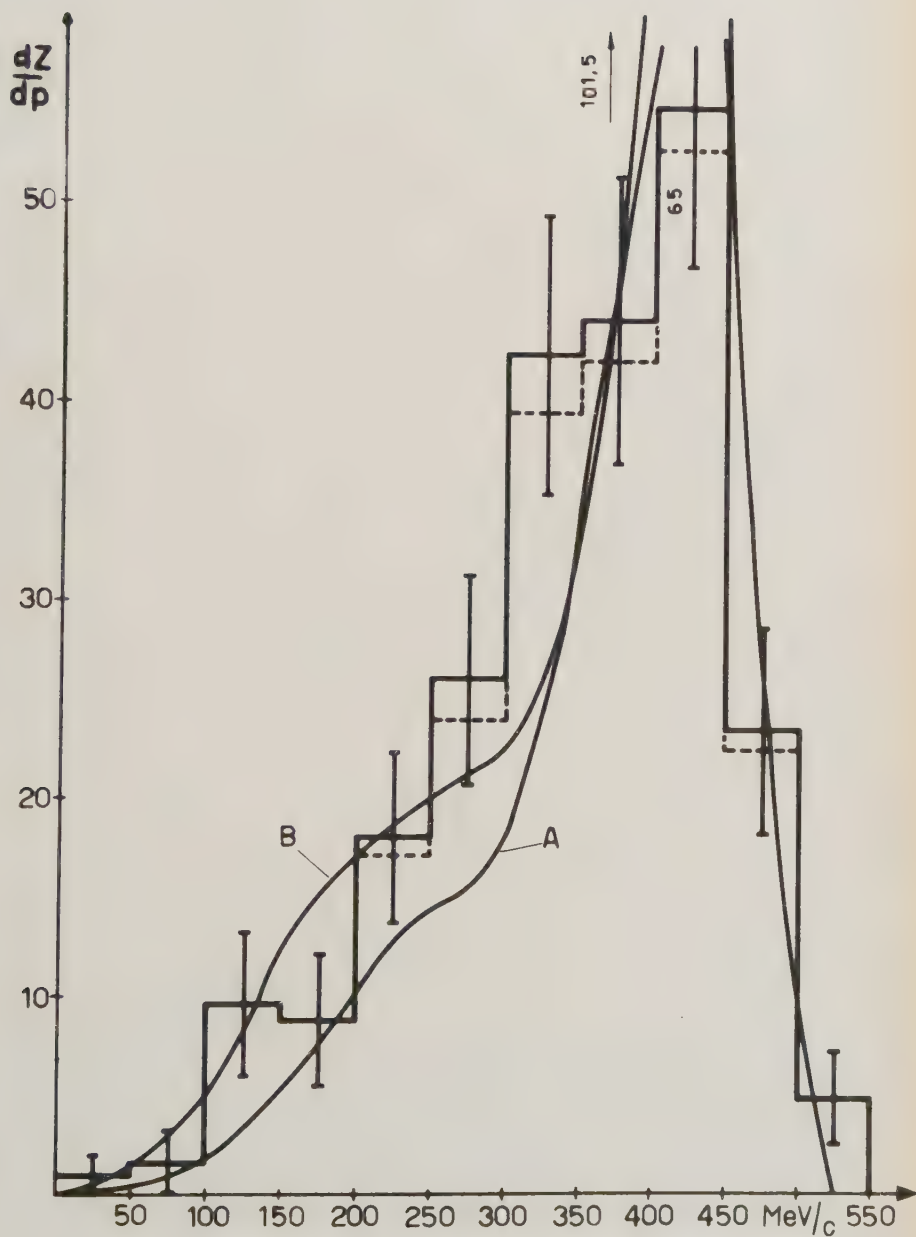


Abb.5. Impulsverteilung der π^+ aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ im Schwerpunktsystem.

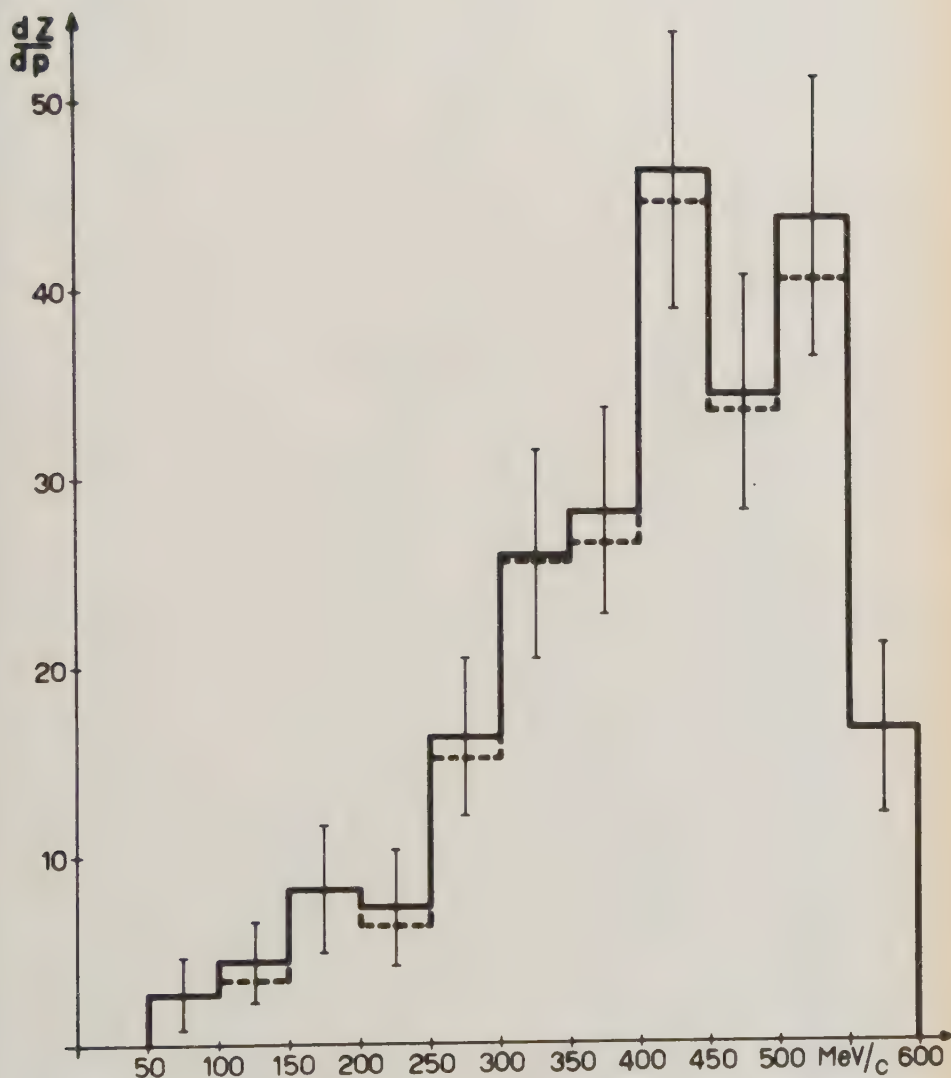


Abb. 6. Impulsverteilung der Neutronen aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ im Schwerpunktsystem.

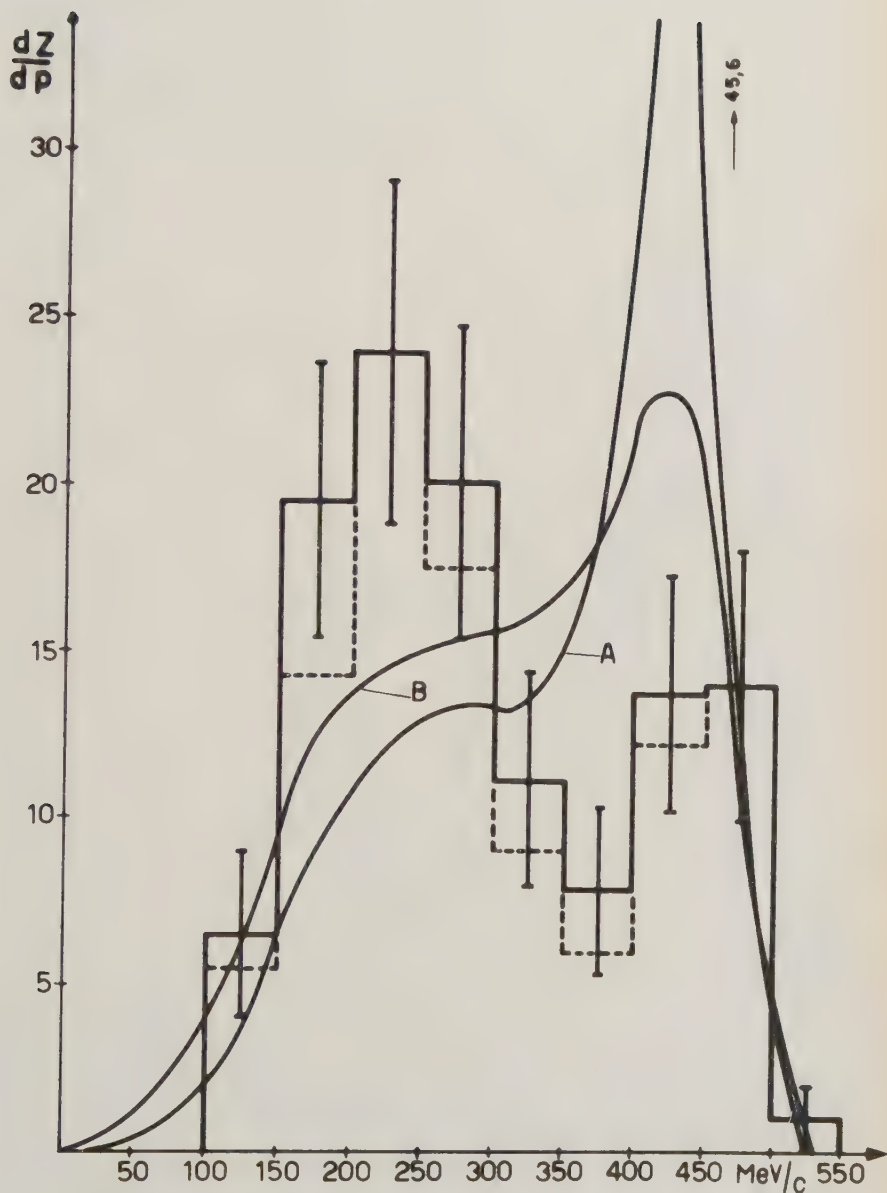


Abb.7. Impulsverteilung der π^- aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^0 + p$ im Schwerpunktsystem.

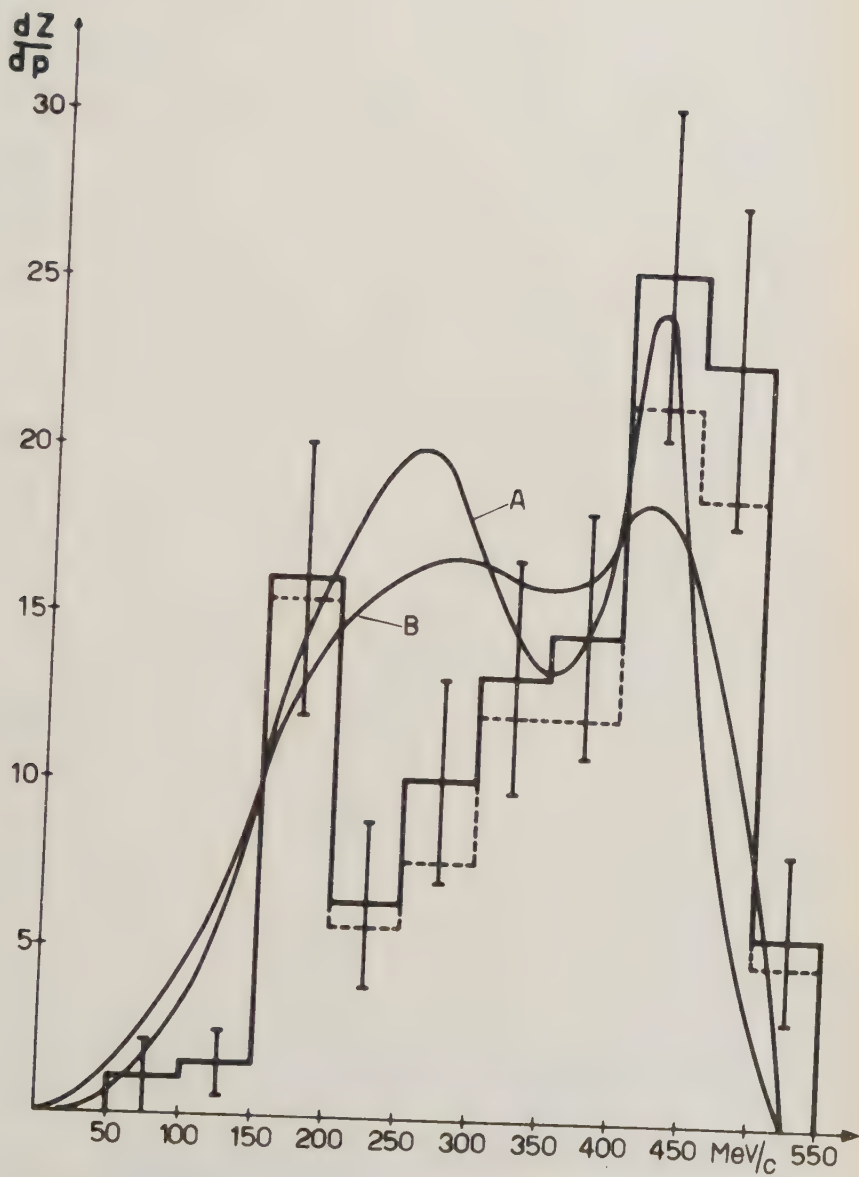


Abb. 8. Impulsverteilung der π^0 aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^0 + p$ im Schwerpunktsystem.



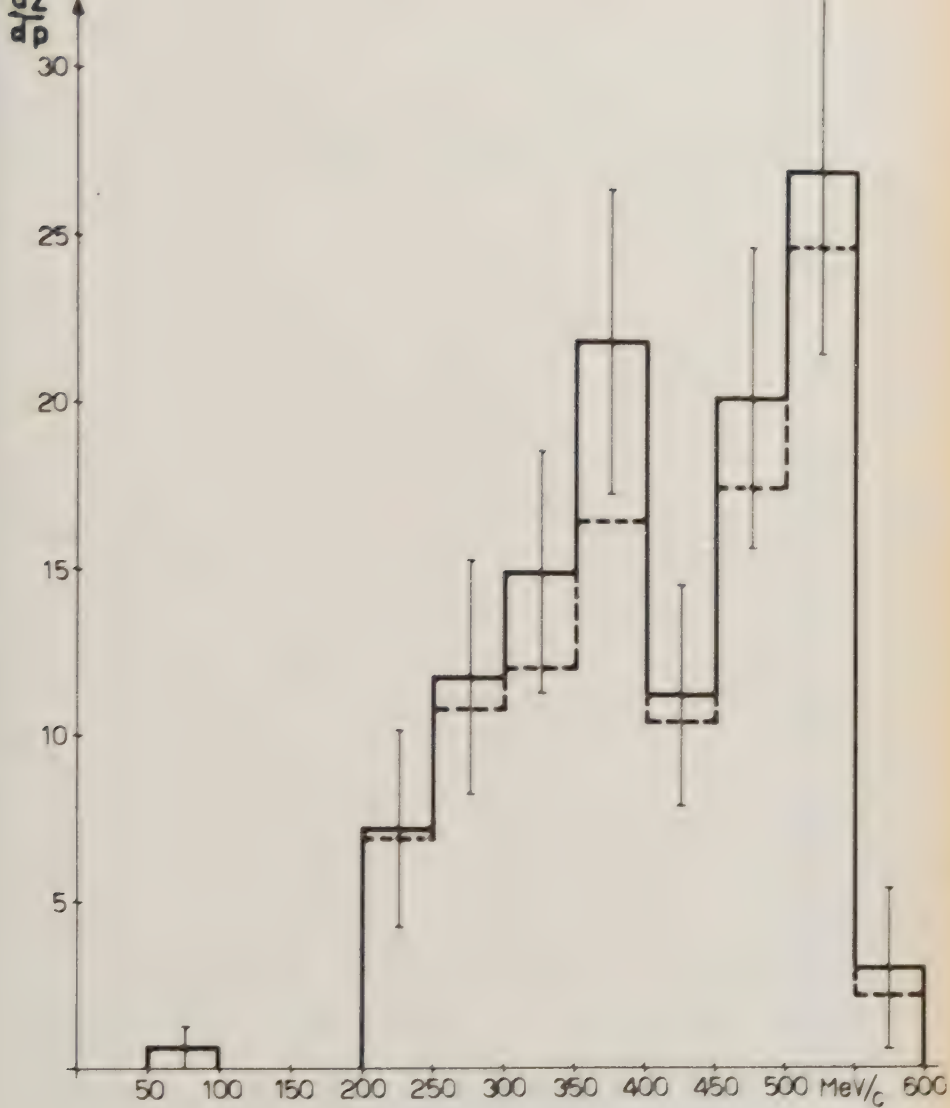


Abb. 9. Impulsverteilung der Protonen aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^0 + p$
im Schwerpunktsystem.

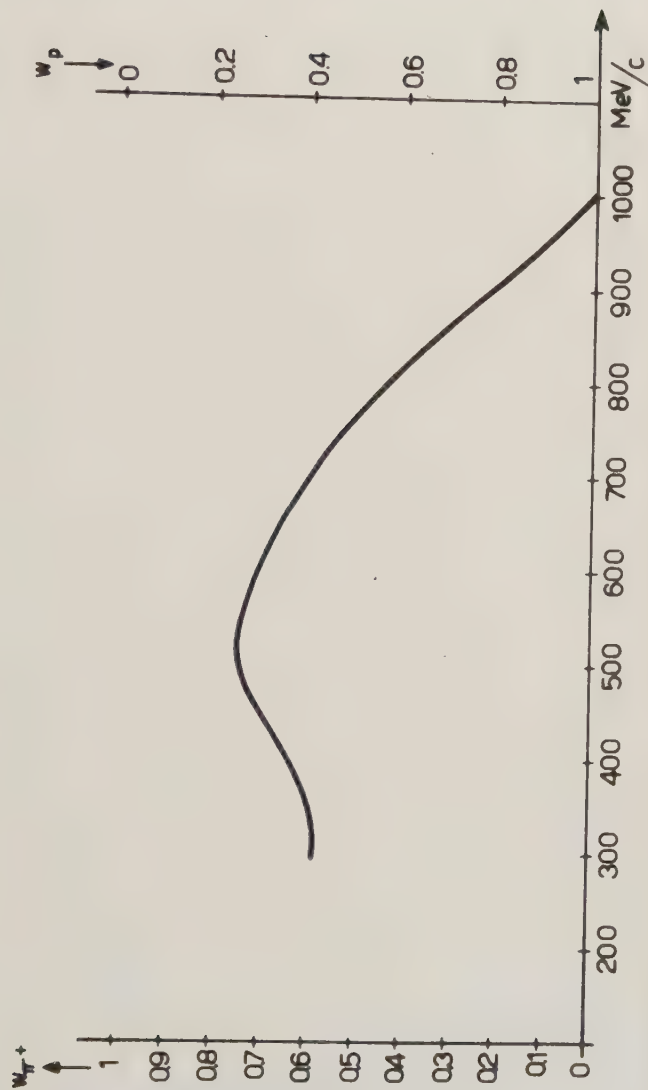


Abb. 10. W_{π^+} Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein positiv geladenes Teilchen ein π -Meson ist.

W_p Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein positiv geladenes Teilchen ein Proton ist

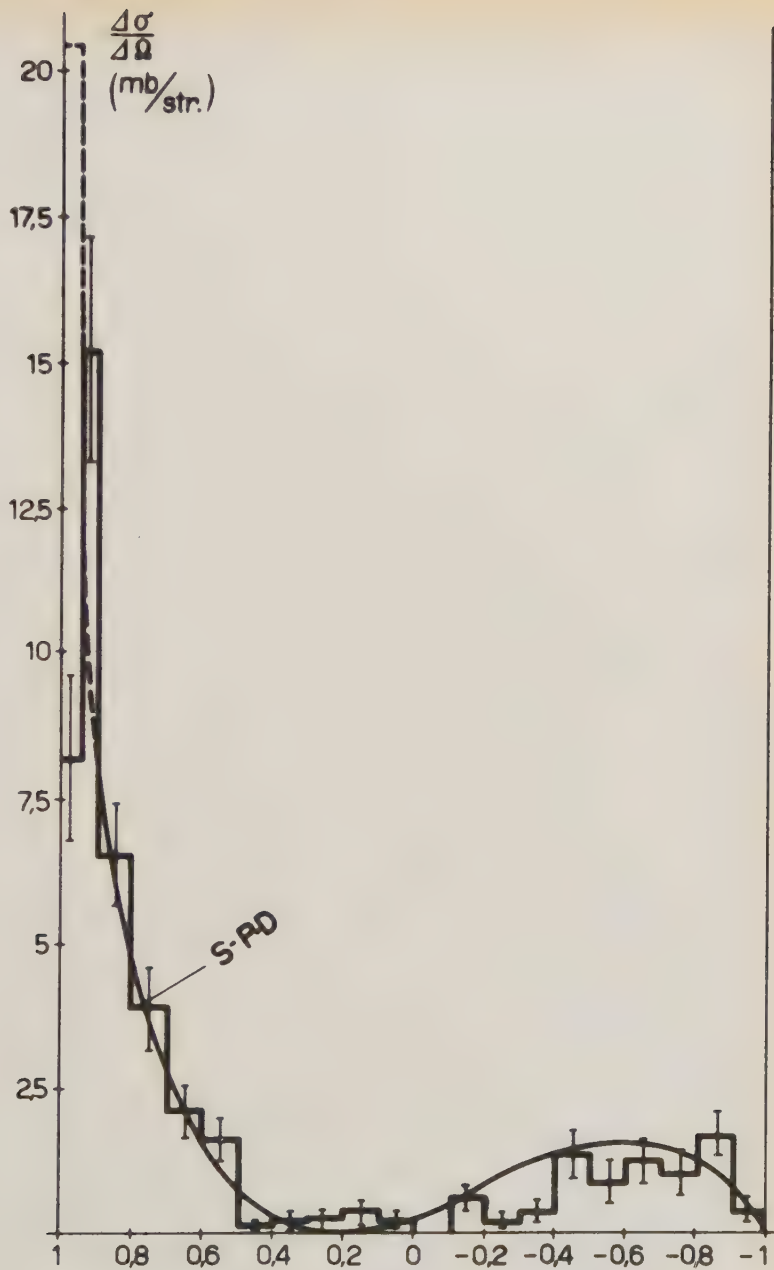


Abb. 11. Winkelverteilung der π^- aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$ im Schwerpunktsystem.

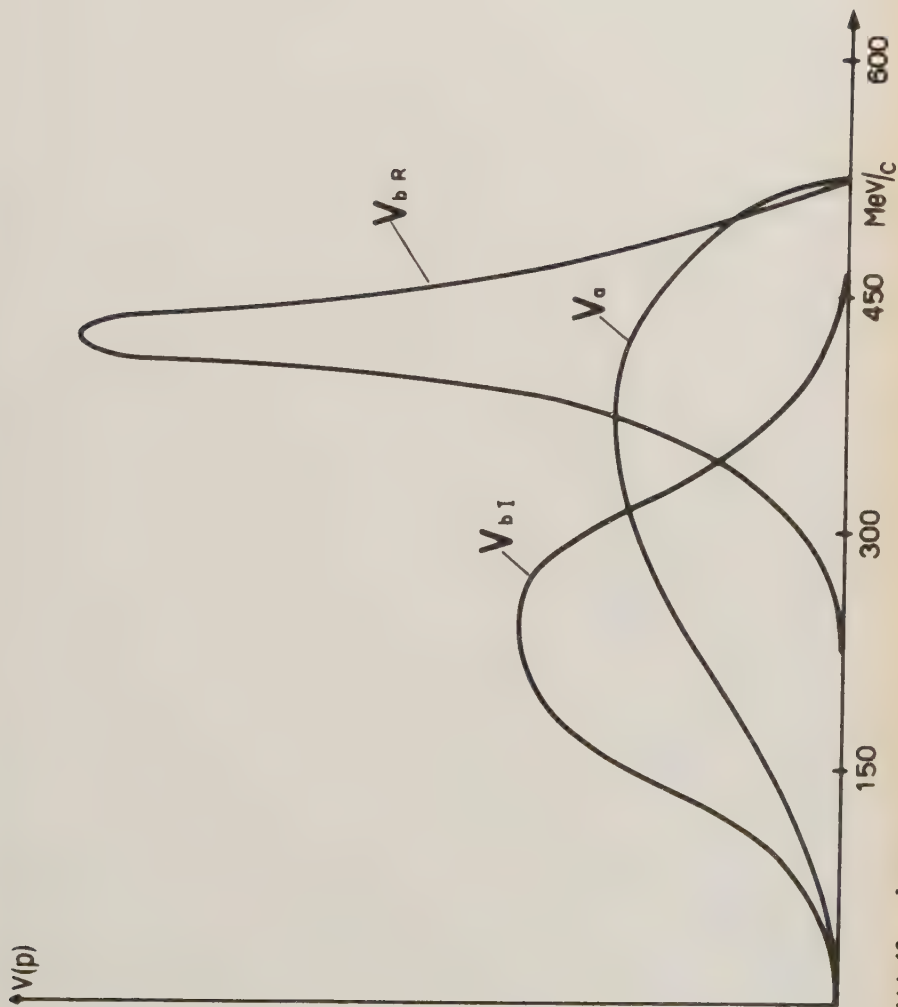


Abb.12. Impulsverteilung der π aus den Kanälen (a) und (b).

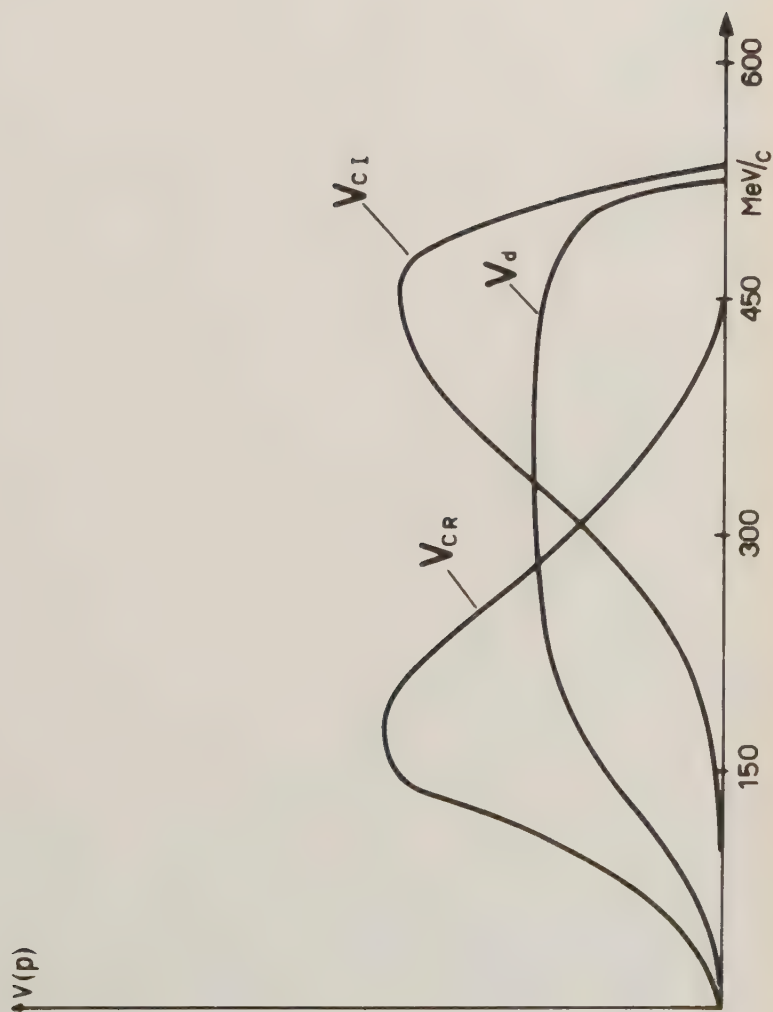


Abb. 13. Impulsverteilung der π aus den Kanälen (c) und (d).

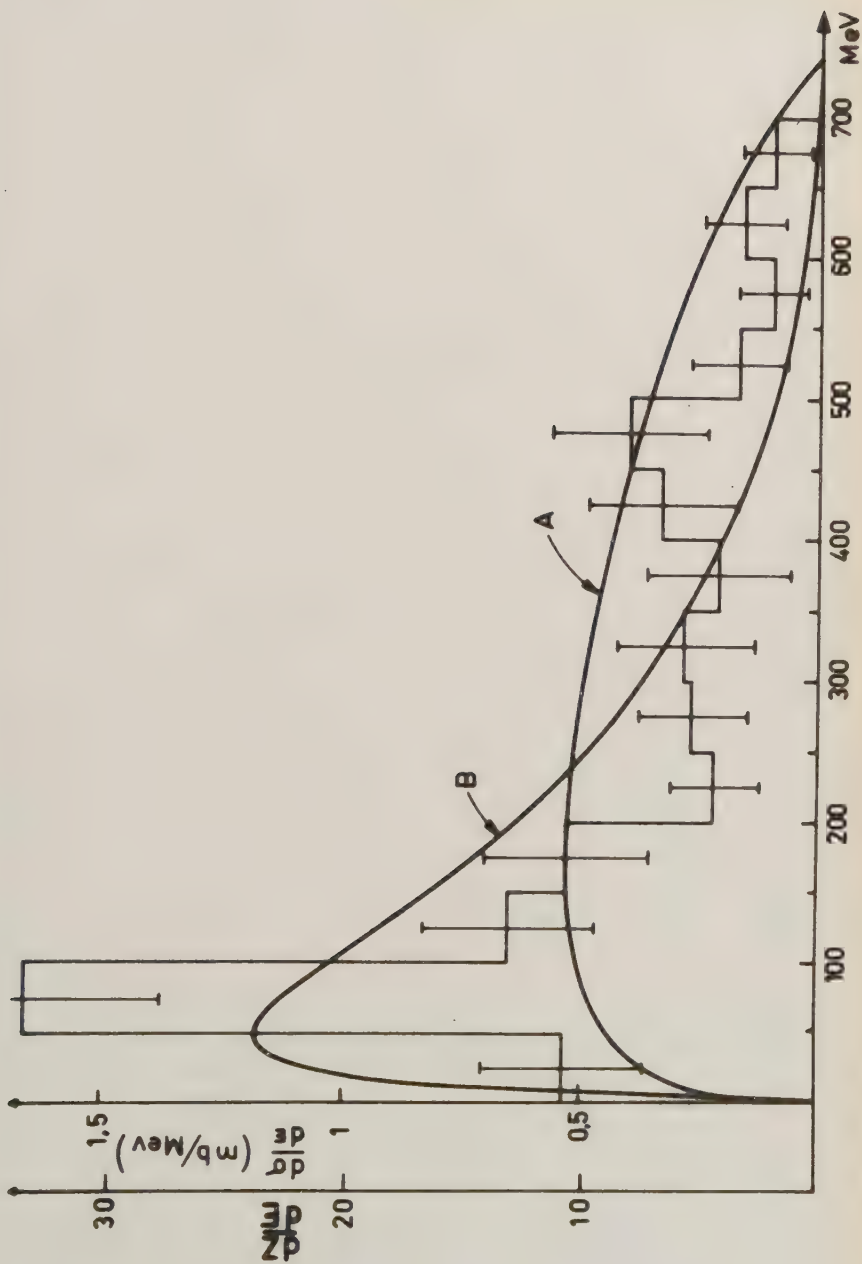


Abb. 14. Energieverteilung der Protonen aus $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^0 + p$ im Laborsystem.

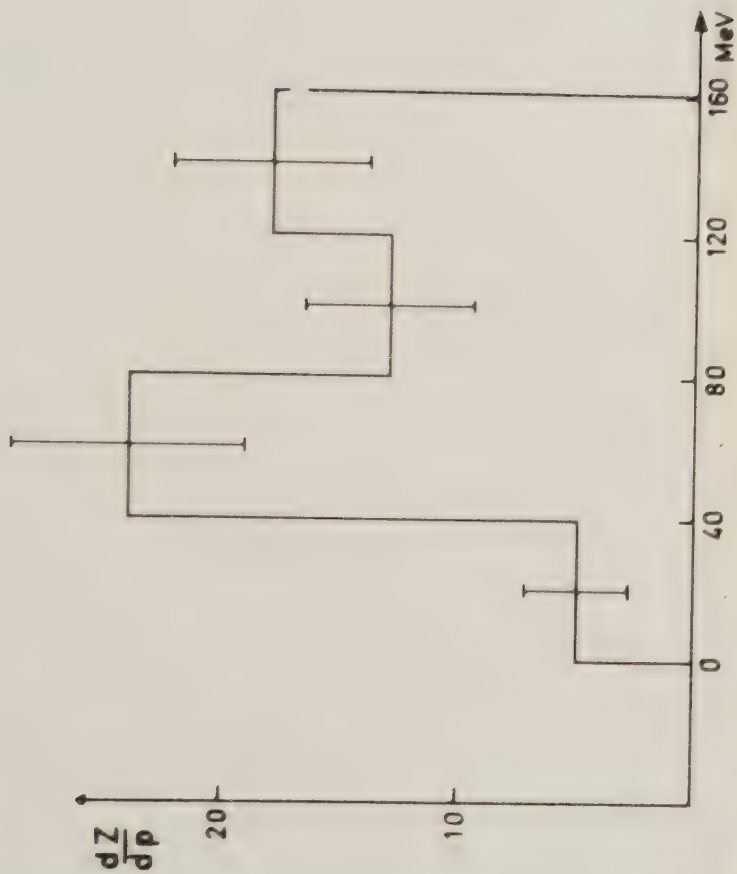


Abb. 15 Energieverteilung ausgewählter Protonen im Schwerpunktsystem.

Lebenslauf

Am 24. Oktober 1929 wurde ich in Split (Dalmatzen) geboren. Meine Schulausbildung begann 1937 an der Volksschule in Split. Die Reifeprüfung legte ich 1952 am Klassischen Gymnasium in Split ab. Die Diplom-Prüfung bestand ich im März 1957 an der Universität Zagreb. Ein Stipendium ermöglichte es mir, ab September 1957 am Max-Planck-Institut für Physik in Göttingen tätig zu sein. Dort habe ich auch mit den Arbeiten für meine Dissertation begonnen. Durch die Institutsübersiedlung bin ich im Herbst 1958 nach München gekommen, wo ich zwei Semester an der Universität immatrikuliert war. Vom 1. Oktober 1958 bis zum 31. Juli war ich Stipendiat der Alexander von Humboldt-Stiftung. Am 1. September 1959 ging ich auf Vorschlag des Max-Planck-Instituts als "Fellow" zum C.E.R.N. nach Genf. Seit dem 1. Dezember 1960 bin ich wieder als Stipendiat des Max-Planck-Instituts in München.

